

Calcul des pieux courts rigides soumis à des forces horizontales

Vladimir SHAKHIREV
Docteur-ès-Sciences
Centre expérimental des sols
Laboratoire public d'Études et d'Essais (Casablanca)

Jean-Pierre MAGNAN
Directeur technique chargé du pôle Géotechnique
Laboratoire central des Ponts et Chaussées

Houssine EJJAOUANI
Directeur du Centre expérimental des sols
Laboratoire public d'Études et d'Essais (Casablanca)

Omar CHAMAOU EL FIHRI
Docteur-ingénieur, géotechnicien
Centre expérimental des sols
Laboratoire public d'Études et d'Essais (Casablanca)

RÉSUMÉ

Le calcul du comportement des pieux soumis à des charges latérales a fait l'objet de nombreuses études depuis le début du XX^e siècle. L'article passe en revue ces méthodes de calcul, classées en trois groupes : méthodes fondées sur l'analyse de l'équilibre limite de poussée-butée, méthodes utilisant la théorie de l'élasticité et méthodes reposant sur la théorie des déformations locales (modèles de Winkler et dérivés). Une méthode d'analyse au coefficient de réaction est ensuite décrite et testée sur un ensemble d'essais de pieux. Cette méthode s'appuie sur une loi de variation du coefficient de réaction en fonction de la profondeur et en fonction de l'amplitude du déplacement du pieu dans le sol. Des valeurs du coefficient de réaction sont proposées pour les pieux battus et les pieux forés dans divers types de sols : argiles limoneuses et argiles, sables argileux et sables de diverses granularités.

MOTS CLÉS : 42 - Calcul - Comportement - Pieu - Essai - Charge - Horizontal - Méthode - Poussée - Butée - Élasticité - Déformation - Coefficient de réaction du sol - Battage - Béton coulé sur place - Sol - Argile - Limon - Sable - Profondeur - Mouvement.

Introduction

L'utilisation de pieux courts rigides est économique pour de nombreux types d'ouvrages, tels que les appuis de lignes de transport électrique, les appuis de canalisations dans les entreprises industrielles, les conduites d'eau chaude, les oléoducs et gazoducs des plates-formes d'exploitation pétrolière sur le plateau continental, les poteaux des réseaux d'éclairage, de téléphone et d'électricité, les appuis des silos et bâtiments agricoles, les ouvrages de soutènement, les cheminées, les mâts, etc. Ces pieux restent rigides et ne se déforment pas sous les charges auxquelles ils sont soumis.

Toutefois, malgré la simplicité apparente du comportement de ces pieux, il existe beaucoup de points obscurs et même de sujets de débats dans la description du mécanisme d'interaction du pieu et du sol. De nombreux modèles ont, en effet, été proposés pour décrire le comportement du sol de fondation et son interaction avec le pieu et l'insuffisance des études expérimentales n'a pas permis de classer dans l'absolu les capacités de tous ces modèles.

Cet article passe en revue les modèles de calcul qui ont été développés pour les pieux infiniment rigides sous charge horizontale et décrit une nouvelle méthode de calcul non linéaire, fondée sur l'analyse des données expérimentales obtenues lors d'essais de chargement en vraie grandeur et applicable dans le cas général des pieux infiniment rigides soumis à l'action de forces horizontales. Cette méthode de calcul peut être étendue au cas des charges quelconques (forces inclinées et moments).

Modèles de calcul de l'interaction sol-pieu

Le calcul des pieux sous charges horizontales est l'un des problèmes les plus compliqués de la mécanique des sols. La complexité du mécanisme d'interaction du pieu et du sol, l'impossibilité d'observer visuellement le comportement des pieux lors du chargement, l'absence dans certains cas d'instruments de mesure des paramètres nécessaires et la grande complexité de l'exécution des études expérimentales ont influencé à l'évidence les méthodes d'étude du fonctionnement des pieux sous charge horizontale : les études consacrées à ce problème ont accordé une grande place à la modélisation du fonctionnement des pieux en laboratoire et à des développements théoriques fondés sur des hypothèses ou des modèles mécaniques variés, et les études expérimentales sur le terrain sont restées peu nombreuses.

Néanmoins, les recherches effectuées ont permis de prévoir une partie importante des phénomènes qui se produisent dans le pieu et dans le sol et d'approcher d'assez près, dans de nombreux cas, leur fonctionnement réel.

Les méthodes de calcul actuelles s'appuient sur trois principaux modèles mécaniques du sol de fondation :

- > la théorie de l'équilibre limite (poussée-butée),
- > la théorie de l'élasticité,
- > la théorie des déformations locales (coefficients de réaction), fondée sur les idées de Winkler.

Théorie de l'équilibre limite

Les études du fonctionnement des pieux exécutées en laboratoire, sur des modèles placés dans des cuves de sable, ont conduit à des schémas de calcul des pieux infiniment rigides utilisant la théorie des équilibres limites de poussée et de butée.

Dans cette approche, le pieu soumis à une charge horizontale subit une rotation dans le massif de sol par rapport à un certain point, en provoquant une réaction du sol. On admet que, sur la face frontale du pieu, le sol résiste par butée à la rotation du pieu, avec une pression de :

$$\sigma_p(z) = \gamma z \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1)$$

et que, sur la face opposée, s'exerce une poussée égale à :

$$\sigma_a(z) = \gamma z \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2)$$

La résistance totale du sol (sec) à la rotation du pieu est pour cette raison prise en général égale à :

$$\sigma(z) = \gamma z \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (3)$$

avec les notations suivantes :

- γ : poids volumique du sol,
- z : profondeur à laquelle on détermine la pression du sol,
- φ : angle de frottement interne du sol.

Un grand nombre de méthodes de calcul ont été proposées pour les pieux sous charges horizontales, sur la base de ce schéma de calcul, en faisant des hypothèses diverses sur la forme de la distribution des pressions du sol.

Ces méthodes peuvent être divisées en deux groupes :

□ dans le premier groupe, on peut inclure les méthodes de calcul basées sur des variations linéaires de la pression du sol en fonction de la profondeur (fig. 1), comme celles décrites par Dobrovolskij (1929), Krey (1932), Prokofev (1947), Brennecke et Lohmeyer (1949), etc.

Les conditions d'équilibre statique d'un pieu soumis à un système de charges extérieures et de réactions du sol permettent de déterminer les inconnues (H , D_0) de ces modèles de calcul. Dans ce type de calcul, on admet que le volume de sol qui s'oppose à la rotation du pieu est un prisme plan qui se trouve à l'équilibre limite. On admet aussi que la perte de stabilité du pieu chargé horizontalement se produit au moment où la contrainte atteint sa valeur maximale à l'extrémité inférieure du pieu ;

□ dans le second groupe, on peut classer les méthodes de calcul qui admettent une distribution curviligne de la résistance du sol (Rifaat, 1935 ; Latyshenkov, 1939 ; Lapetin, 1940 ; Terzaghi, 1951 ; etc.), comme représenté sur la figure 2.

Si l'on admet que la variation de la résistance du sol le long du pieu a une forme parabolique, on peut déduire des conditions d'équilibre que la valeur limite admissible de la charge sur le pieu est égale à (Lapetin, 1940) :

$$H = \frac{\gamma b D^3}{6 (4L + 3D)} \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (4)$$

avec les notations suivantes :

- b : dimension transversale du pieu,
- D : profondeur d'encastrement du pieu dans le sol,
- L : hauteur d'application de la charge horizontale au-dessus de la surface du sol.

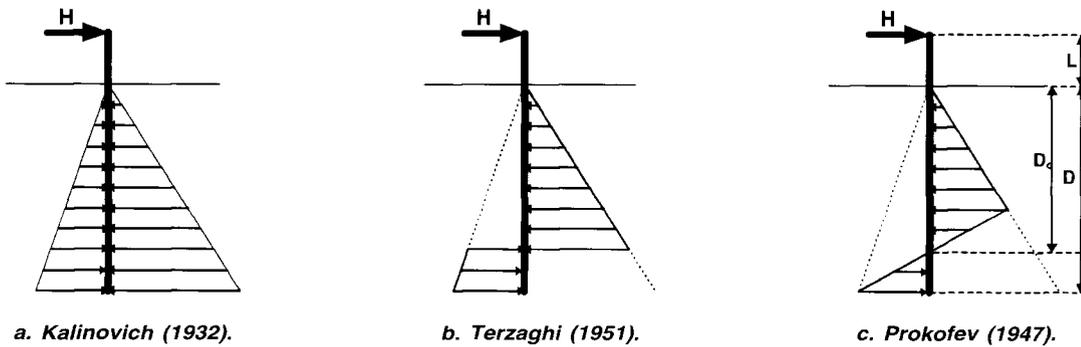
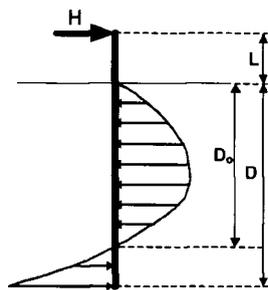
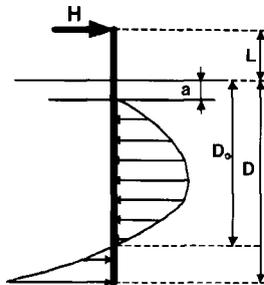


Fig. 1 - Modèles de calcul de pieux basés sur une distribution linéaire de la pression du sol.



a. Lapetin (1940).



b. Berezantsev (1946).

Fig. 2 - Modèles de calcul fondés sur une distribution curviligne de la résistance du sol.

Comme dans les méthodes du premier groupe, on admet que la perte de stabilité du pieu se produit au moment où la contrainte devient maximale à l'extrémité inférieure du pieu.

Parmi les travaux des précurseurs de l'étude des efforts horizontaux des sols sur les fondations, nous citerons ceux de Bezukhov (1937), Latyshenkov (1939) et Berezantsev (1946) :

□ Bezukhov (1937) analyse la stabilité des pieux sous charge horizontale en imposant deux conditions :

➤ il ne doit pas se produire de déformations irréversibles dans le sol autour du pieu. Pour ce calcul, le point le plus défavorable correspond au maximum des pressions au-dessus du point neutre,

et la contrainte de cisaillement ne doit pas y dépasser la valeur admissible ;

➤ la charge horizontale maximale admissible sur le pieu dépend de la pression du sol à l'extrémité inférieure du pieu, calculée en admettant que le sol est en butée au-dessus du point neutre ;

□ Latyshenkov (1939) déduit d'études expérimentales sur des modèles de pieux et de rideaux de palplanches des relations empiriques entre les résistances horizontales limites d'un rideau et de pieux de sections circulaire ou carrée. Il trouve que la prise en compte du fonctionnement tridimensionnel des pieux, par rapport à une analyse bidimensionnelle, permet d'augmenter la résistance aux charges horizontales d'un facteur 2 à 2,6. Il propose d'appliquer aux résultats des calculs plans des coefficients de correction égaux à :

$\gamma_c = 1$ pour les rideaux de palplanches,
 $\gamma_c = 2$ pour les pieux de section circulaire,
 $\gamma_c = 2,6$ pour les pieux de section carrée ;

□ Berezantsev (1946) détermine la résistance du sol à un déplacement horizontal du pieu en admettant la formation de prismes élémentaires se mettant en butée. Il écrit la résistance du sol par unité de longueur du pieu sous la forme connue :

$$q(z) = \gamma bz \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (5)$$

dans le cas où l'on néglige la cohésion et le frottement de la surface du pieu contre le sol. Ensuite, compte tenu de l'existence d'un frottement entre la surface du pieu et le sol, l'auteur augmente la butée et diminue la poussée. Pour cela, il introduit la notion de longueur de calcul des pieux, en excluant de l'analyse de l'état d'équilibre la partie supérieure du sol et en diminuant de a (égal par exemple à 10 % de la longueur du pieu) la longueur de la partie de pieu enfoncée dans le sol.

Beaucoup d'autres méthodes de calcul ont appliqué ces idées d'un équilibre limite de poussée et de butée du sol lors de la rotation du

pieu autour d'un point fixe, sans se préoccuper des déformations du sol. Ces méthodes déduites d'essais sur modèles réduits ont été appliquées à des pieux et palplanches dont les longueurs différaient souvent du problème idéal du pieu court et les recherches expérimentales menées sur des pieux *in situ* dans des conditions réelles de sol ont contredit les résultats des essais en laboratoire.

Les recherches effectuées par Kudrin (1936), Golubkov (1948, 1950), Skempton (1951), Shakhirev (1965), Shakhirev et Ziyazov (1971) et d'autres ont montré que, lorsque les pieux sont chargés horizontalement, le sol n'est pas refoulé jusqu'à la surface du massif dans un mécanisme de butée classique. Dans les sols sableux, un tel refoulement ne se produit que dans la couche supérieure du sol. On observe pour l'essentiel un compactage du sol, puis le sol est « découpé » par le pieu et, dans tous les types de sol, on observe l'existence d'un vide entre la face arrière du pieu et le sol, ce qui témoigne de l'absence de poussée du sol derrière le pieu. D'autres méthodes de calcul ont donc été développées pour prendre en compte les déformations du sol autour du pieu.

Application de la théorie de l'élasticité

Pour améliorer la description de l'interaction des pieux avec le sol environnant et dépasser les limites du modèle du pieu rigide, il faut introduire dans le calcul un modèle de déformation du pieu et un modèle de déformation du sol. Pour le pieu, on utilise le modèle de calcul des poutres en résistance des matériaux, qui permet de déterminer les efforts internes au matériau du pieu et donc de le dimensionner du point de vue de sa résistance propre. Pour le sol, on peut utiliser la théorie de l'élasticité (ou d'autres modèles de mécanique des milieux continus) ou bien le modèle des déformations locales (modèle de Winkler). Nous allons examiner ici le cas de la théorie de l'élasticité.

L'équation différentielle de la déformation d'une poutre soumise à une charge répartie est bien connue. Si l'axe longitudinal de la poutre est dirigé selon l'axe Oz, elle s'écrit :

$$EI \frac{d^4 u(z)}{dz^4} = b q(z) \quad (6)$$

avec

- $u(z)$: déplacement latéral du point d'abscisse z de la poutre,
- b : largeur de la poutre,
- $q(z)$: pression appliquée à la poutre (positive quand elle est orientée dans le sens de u),
- EI : rigidité de la section transversale de la poutre.

Dans le cas d'un pieu encastré dans le sol, la pression $q(z)$ s'oppose au mouvement du pieu et elle doit être reliée au comportement du massif de sol, par exemple en imposant l'égalité des déplacements du pieu et du sol avec lequel il est en contact. Lorsque le sol a un comportement élastique linéaire, la liaison entre le déplacement latéral de la poutre (équation de la ligne élastique) et le déplacement du sol au contact de la poutre est assurée par l'équation intégrale qui donne le déplacement d'un massif de sol semi-infini sous la pression de contact avec la poutre. Si la surface de ce massif de sol est le plan Oxz , cette équation s'écrit :

$$u(x_0, z_0) = \frac{1 - \mu_0^2}{\pi E_0} \iint_F \frac{q(x, z) dx dz}{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (7)$$

avec

- $u(x_0, z_0)$: déplacement du point de la surface de coordonnées (x_0, z_0) ,
- $q(x, z)$: pression de contact du sol et du pieu,
- E_0, μ_0 : module d'élasticité et coefficient de Poisson, respectivement,
- F : surface de contact du massif de sol et du pieu.

La théorie générale du calcul des poutres sur appui élastique a servi de base à de très nombreux travaux considérant le pieu comme une poutre de longueur infinie, chargée à son extrémité par une force concentrée (Kornevits et Ehnder, 1932 ; Zhemochkin, 1948 ; Gorbunov-Posadov, 1949 ; Simvulidi, 1958, 1965, 1973 ; Gafarov, 1967 et d'autres).

Gafarov (1967) a élaboré une solution théorique pour le problème bidimensionnel des fondations profondes en forme de parois en considérant le sol comme un milieu pesant à déformation linéaire, dont le module de déformation E_0 varie avec la profondeur z et le coefficient de Poisson μ_0 reste constant :

$$E_0(z) = E_c + E_1 z^v \quad (8)$$

avec

- E_c : module de déformation en surface, représentant l'effet de la cohésion dans le sol,
- E_1 : module de déformation à une profondeur de 1 m,
- v : coefficient dépendant des caractéristiques physiques du sol et compris entre 0 et 2.

Reese et Matlock (1956) et Matlock et Reese (1960) utilisent une loi de variation du module de déformation en fonction de la profondeur de la forme :

$$E(z) = E_D \left(\frac{z}{D} \right)^2 \quad (9)$$

où E_D est le module de déformation du sol au niveau de l'extrémité inférieure du pieu de longueur D .

Dans ce cas, il est préférable d'utiliser une forme adimensionnelle pour la coordonnée z , car cela évite des problèmes de dimension de E quand l'exposant de z est quelconque, comme dans l'équation (8).

Ultérieurement, l'expression (9) a été utilisée par de nombreux auteurs, notamment Mironov et Krovyakov (1980), pour améliorer la ressemblance des résultats des calculs avec le fonctionnement réel des pieux et pour obtenir une solution plus rigoureuse du problème par les méthodes de la mécanique des structures.

Simvulidi (1958, 1965, 1973) a adopté une approche différente pour la résolution des problèmes de rideaux de palplanches et de pieux sous charges horizontales. Il part des équations générales du calcul des poutres sur appui continu élastique et pose pour le calcul des pieux chargés horizontalement des conditions pour que la ligne élastique du pieu et la déformée du sol entourant le pieu coïncident approximativement :

- > égalité des déplacements du pieu et du sol à l'origine des coordonnées ;
- > égalité des déplacements au milieu du pieu ;
- > égalité des surfaces limitées par les deux déformées ;
- > égalité des dérivées troisièmes des deux déplacements au milieu du pieu.

Ces quatre conditions de contact sont complétées par deux conditions d'équilibre du pieu et deux conditions aux limites.

Les pressions exercées par le massif de fondation sur le pieu sont représentées par un polynôme du troisième degré :

$$q(z) = a_0 + \frac{2a_1}{D} \left(z - \frac{D}{2}\right) + \frac{4a_2}{D^2} \left(z - \frac{D}{2}\right)^2 + \frac{8a_3}{D^3} \left(z - \frac{D}{2}\right)^3 \quad (10)$$

La charge extérieure sur le pieu est décrite au moyen de fonctions discontinues Γ' et Γ'' développées par Gersevanov (1933, 1948) et multipliées par les forces horizontales H_i et les moments M_i exercés sur le pieu :

$$p(x) = \sum_i \Gamma'_{2i} M_i + \sum_i \Gamma'_{3i} H_i \quad (11)$$

Ensuite, l'auteur renonce à la résolution traditionnelle de l'équation différentielle (7). Il intègre l'équation (10) quatre fois, en tenant compte de (11), écrit deux conditions d'équilibre et deux conditions aux limites, et établit un système de huit équations à huit inconnues, qu'il résout ensuite.

Nous n'avons examiné dans ce qui précède que les principales variantes du calcul des pieux par la théorie de l'élasticité linéaire. En fait, les

déformations du pieu sont non linéaires. Il était donc naturel de chercher une forme plus vraisemblable pour la relation entre la force horizontale appliquée H et le déplacement horizontal $u(z)$ du pieu.

Solovev et al. (1974) comparent les trois relations non linéaires entre les contraintes et les déformations qui leur paraissent les plus probables :

- > relation de Prandtl,
- > relation exponentielle,
- > relation en forme de tangente hyperbolique.

Ils considèrent le diagramme de Prandtl comme une première approximation du problème, qui ne correspond pas complètement à la forme réelle des déformations d'un pieu soumis à des charges horizontales. Une relation exponentielle entre la force H et le déplacement horizontal u du pieu correspond mieux à l'ameublissement progressif du sol lors de sa rupture. Toutefois, quand on enfonce un pieu, le sol se densifie et sa rupture progressive, qui mène à l'instabilité du pieu, n'est pas liée à son ameublissement. C'est pour cela qu'une relation exponentielle ne reflète pas non plus l'allure réelle de la déformation du pieu. Selon Solovev et al., la courbe $H = f(u)$ doit se trouver entre la relation exponentielle et le diagramme de Prandtl, qui est très proche d'une relation en tangente hyperbolique :

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \left[a \frac{u(z)}{u_{\text{lim}}(z)} \right] \quad (12)$$

avec

- $u(z)$: déformation du pieu à la profondeur z ,
- $u_{\text{lim}}(z)$: déformation du pieu à la profondeur z pour laquelle le sol atteint l'état limite,
- a : coefficient empirique.

Il existe aussi d'autres approximations de la courbe $H = f(u)$ qui reposent uniquement sur des considérations géométriques et comportent pour cette raison des coefficients empiriques qui visent à maintenir les dimensions des termes de l'équation. Il nous semble préférable d'établir la variation réelle du module de déformation du sol en fonction de la profondeur d'après les résultats des essais au pénétromètre ou au pressiomètre. L'utilisation des essais pressiométriques permet de résoudre de façon plus précise ce problème sous sa forme non linéaire, comme l'a proposé par exemple Frank (1984). Cependant, on rencontre alors des problèmes pour obtenir sous forme implicite la solution exacte du problème du pieu chargé horizontalement.

Une autre approche adoptée pour tenir compte des variations des propriétés du sol avec la profondeur consiste à découper le pieu en sections de longueur finie, en contact avec des sols de modules différents (Simvulidi, 1973), comme représenté sur la figure 3.

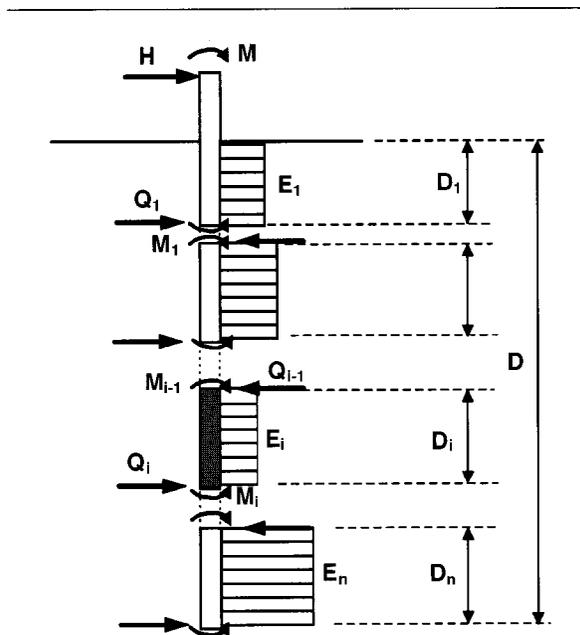


Fig. 3 - Découpage d'un pieu en éléments de longueur finie pour calculer son interaction avec un sol de fondation multicouche.

Toutefois, les méthodes de calcul des pieux chargés horizontalement par la théorie de l'élasticité n'ont pas trouvé d'applications pratiques importantes. C'est probablement lié à l'incapacité de la théorie de l'élasticité de reproduire les discontinuités observées dans le sol sur la face arrière des pieux de longueur infinie et sur les deux côtés des pieux de rigidité finie et infinie lorsqu'ils sont chargés horizontalement. Les tentatives de résolution de ce problème en tenant compte de la discontinuité du sol de fondation (Ogranovich et Gorbunov-Posadov, 1966 ; Sapozhnikov et Solgalov, 1980) n'ont pas donné de résultats positifs.

La forte redistribution des charges par les milieux continus, lorsqu'on applique les méthodes de la théorie de l'élasticité comme celles de la théorie de la plasticité, donne des efforts de contact nettement surestimés dans le cas des structures longues et étroites comme les pieux, ce qui oblige à appliquer des coefficients correcteurs qui sont des facteurs d'échelle dépourvus de signification physique.

Théorie des déformations locales

Pour le calcul des pieux chargés horizontalement, la méthode la plus répandue pour définir la pression de contact sol-pieu par couplage des déformations du sol et de celles du pieu dans l'équation (6) est la théorie des déformations locales. Pour résoudre l'équation (6), on peut en effet la compléter par la relation proposée par

Winkler entre la pression de contact $q(z)$ et le déplacement $u(z)$ du pieu :

$$q(z) = -ku(z) \quad (13)$$

où k est le coefficient de réaction du sol.

En tenant compte de la relation (13), l'équation [6] se transforme en :

$$\frac{d^4 u(z)}{dz^4} + 4\alpha^4 u(z) = 0 \quad (14)$$

avec

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} \quad (15)$$

Dans le cas où une charge répartie $p(z)$ s'exerce sur la poutre, l'équation (14) comporte un second membre qui traduit l'influence de cette charge :

$$\frac{d^4 u(x)}{dx^4} + 4\alpha^4 u(x) = \frac{bp(x)}{EI} \quad (16)$$

Pour résoudre l'équation (16), on utilise habituellement la fonction (17) :

$$u(z) = e^{\alpha z} [c_1 \cos(\alpha z) + c_2 \sin(\alpha z)] + e^{-\alpha z} [c_3 \cos(\alpha z) + c_4 \sin(\alpha z)] \quad (17)$$

La résolution se simplifie sensiblement dans le cas particulier de la poutre de longueur infinie puisque $u(z)$ tend vers 0 à l'infini, ce qui permet de prendre $c_1 = c_2 = 0$. Les équations (16) et (17) ont été utilisées sous cette forme par Shukhov (1902) pour le calcul des réservoirs. En se basant sur la théorie du calcul des poutres sur appui élastique, des solutions au calcul des pieux soumis à une charge horizontale ont été proposées par de nombreux auteurs. Hayasi (1921) considère le pieu comme une poutre sur appui élastique, avec un coefficient de réaction du sol constant avec la profondeur, et utilise l'équation (14) pour obtenir la distribution des pressions du sol $q(z)$, qui est maximale en surface. Toutefois, les études expérimentales montrent que cela ne correspond pas à la réalité. C'est pourquoi, dans les théories élaborées par la suite pour décrire le fonctionnement des pieux chargés horizontalement, les modèles de calcul de pieu ont été affinés. Il a été notamment proposé de prendre un coefficient de réaction du sol variant linéairement avec la profondeur.

Pour les pieux infiniment longs, la ligne élastique a été calculée par Miche (1930) et les équations données par Rifaat (1935) en faisant l'hypothèse que le coefficient de réaction du sol est proportionnel à la profondeur z :

$$k(z) = mz = \frac{\gamma}{D} \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right] z \quad (18)$$

avec

- γ : poids volumique du sol,
- D : longueur du pieu,
- φ : angle de frottement interne du sol.

Le même problème a été résolu par Titze (1943), avec une loi de réaction $k(z)$ de la forme :

$$k(z) = \alpha \left(\frac{z}{D} \right)^v \quad (19)$$

où α et v sont des coefficients expérimentaux. Pour le sable, Titze a pris $v = 1$ et pour l'argile $v < 1$. La valeur limite de v pour une argile idéale est $v = 0$.

Certains chercheurs ont noté que la pression du sol sur le pieu augmente en profondeur jusqu'à une certaine valeur, puis reste pratiquement constante. Cette observation a conduit au développement d'un grand nombre de schémas de calcul de pieux dans lesquels le pieu est divisé en deux parties :

- > la partie inférieure du pieu est considérée comme une poutre sur appui élastique avec un coefficient de réaction du sol constant ;
- > la partie supérieure est considérée comme une poutre chargée par la charge extérieure H et par la pression du sol.

On peut trouver des solutions de ce type dans les travaux de Kalinovich (1932), d'Urban (1937, 1939, 1949) et d'Angelskij (1952). Les solutions pour la partie inférieure du pieu ne diffèrent pas fondamentalement d'un auteur à l'autre. En ce qui concerne la partie supérieure, il y a quelques différences. Kalinovich admet une distribution de la pression du sol dans la partie supérieure du pieu qui correspond aux pressions limites de poussée et de butée :

$$q_1 = \sigma_z b = \gamma z b \left[\tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (20)$$

Angelskij, sur la base de la solution d'Urban pour la partie supérieure du pieu, admet une distribution $q(z)$ de forme parabolique. Pour la partie inférieure du pieu, il écrit l'équation de la ligne élastique sous la forme (17), en prenant c_1 et c_2 nuls :

$$u(z) = e^{-\alpha z} [c_3 \cos(\alpha z) + c_4 \sin(\alpha z)] \quad (21)$$

Angelskij détermine les constantes c_3 et c_4 en imposant les conditions aux limites puis, en vérifiant les conditions de liaison des parties inférieure et supérieure du pieu, il obtient des expressions extrêmement simples, qui permettent de faire le calcul :

$$u_0 = 0,1844 \frac{HD_0^3}{EI} \quad (22)$$

$$D_0 = 2,847 \frac{D}{\alpha}; \alpha = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} \quad (23)$$

Arkhangelskij (1952) propose, pour obtenir des formules de calcul simples, de partir d'une équation polynomiale de la ligne élastique du pieu, de coefficients inconnus a_n :

$$u(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots + a_n z^n \quad (24)$$

Dans cette équation, les deux premiers termes représentent les déplacements linéaire et angulaire de l'axe du pieu, et constituent l'équation du déplacement d'un pieu infiniment rigide, tandis que les autres termes du polynôme traduisent l'influence de la flexion. L'auteur admet ensuite que le sol est un milieu élastique avec un coefficient de réaction variant linéairement en fonction de la profondeur :

$$k(z) = k(0) + \frac{k(D) - k(0)}{D} z \quad (25)$$

avec

- $k(0)$: coefficient de réaction du sol à la surface du sol ($z = 0$),
- $k(D)$: coefficient de réaction du sol au niveau de l'extrémité inférieure du pieu.

Il étudie aussi l'effet d'une variation parabolique de $k(z)$ avec la profondeur :

$$k(z) = k(0) + \frac{k(D) - k(0)}{D^2} (2D - z)z \quad (26)$$

Les solutions d'Arkhangelskij ont comme particularité que les expressions obtenues contiennent dans leur forme générale deux modèles de calcul, pour un pieu absolument rigide et pour un pieu flexible, qui passent continûment de l'un à l'autre en changeant les valeurs de D , EI et $k(z)$. Toutefois, Arkhangelskij ne cherche pas à résoudre l'équation (14).

Considérant le pieu dans le cas général comme une poutre de longueur finie, Zavriev et Shpiro (1970) partent de l'équation différentielle (14), en prenant un coefficient de réaction du sol $k(z)$ variant linéairement en fonction de la profondeur z , et écrivent l'expression de $q(z)$ sous la forme :

$$q(z) = -mb_p z u(z) \quad (27)$$

La solution de l'équation différentielle (6) s'écrit alors sous la forme :

$$u(z) = K_1 A_1 + K_2 B_1 + K_3 C_1 + K_4 D_1 \quad (28)$$

avec

$$A_1 = 1 - \frac{\bar{z}^5}{5!} + 6 \frac{\bar{z}^{10}}{10!} - 11 \times 6 \frac{\bar{z}^{15}}{15!} + 16 \times 11 \times 6 \frac{\bar{z}^{20}}{20!} - \dots,$$

$$B_1 = \bar{z} - 2 \frac{\bar{z}^6}{6!} + 7 \times 2 \frac{\bar{z}^{11}}{11!} - 12 \times 7 \times 2 \frac{\bar{z}^{16}}{16!} + 17 \times 12 \times 7 \times 2 \frac{\bar{z}^{21}}{21!} - \dots,$$

$$C_1 = \frac{\bar{z}^2}{2!} - 3 \frac{\bar{z}^7}{7!} + 8 \times 3 \frac{\bar{z}^{12}}{12!} - 13 \times 8 \times 3 \frac{\bar{z}^{17}}{17!} + 18 \times 13 \times 8 \times 3 \frac{\bar{z}^{22}}{22!} - \dots,$$

$$D_1 = \frac{\bar{z}^3}{3!} - 4 \frac{\bar{z}^8}{8!} + 9 \times 4 \frac{\bar{z}^{13}}{13!} - 14 \times 9 \times 4 \frac{\bar{z}^{18}}{18!} + 19 \times 14 \times 9 \times 4 \frac{\bar{z}^{23}}{23!} - \dots,$$

- K_1, K_2, K_3, K_4 : constantes d'intégration,

– \bar{Z} : profondeur réduite de la section considérée du pieu dans le sol :

$$\bar{Z} = \alpha_c z \quad (29)$$

– α_c : coefficient de déformation (1/M) déterminé par la formule :

$$\alpha_c = \sqrt[5]{\frac{mb_p}{EI}} \quad (30)$$

– m : coefficient de proportionnalité (kN/m⁴),
– b_p : largeur de calcul du pieu.

Les constantes d'intégration K_i sont déduites des conditions aux limites pour $\bar{Z} = \alpha_c z = 0$, c'est-à-dire :

$$K_1 = u_0, K_2 = -\frac{\varphi_0}{\alpha_c}, K_3 = \frac{M_0}{\alpha_c^2 EI}, K_4 = \frac{H_0}{\alpha_c^3 EI} \quad (31)$$

En reportant les expressions obtenues dans (28), les auteurs obtiennent un système d'équations identiques aux équations connues de la méthode des paramètres initiaux (Puzirevskij, 1923 ; Krylov, 1954) :

$$\begin{aligned} u(z) &= u_0 A_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha_c} B_1 + \frac{M_0}{\alpha_c^2 EI} C_1 + \frac{H_0}{\alpha_c^3 EI} D_1 \\ \frac{\varphi(z)}{\alpha_c} &= -u_0 A_2 + \frac{\varphi_0}{\alpha_c} B_2 - \frac{M_0}{\alpha_c^2 EI} C_2 - \frac{H_0}{\alpha_c^3 EI} D_2 \\ \frac{M(z)}{\alpha_c^2 EI} &= u_0 A_3 - \frac{\varphi_0}{\alpha_c} B_3 + \frac{M_0}{\alpha_c^2 EI} C_3 + \frac{H_0}{\alpha_c^3 EI} D_3 \\ \frac{Q(z)}{\alpha_c^3 EI} &= u_0 A_4 - \frac{\varphi_0}{\alpha_c} B_4 + \frac{M_0}{\alpha_c^2 EI} C_4 + \frac{H_0}{\alpha_c^3 EI} D_4 \end{aligned} \quad (32)$$

Lorsqu'on applique la méthode des paramètres initiaux, qui est généralement utilisée pour les poutres infinies sur appui élastique, au calcul des pieux de longueur finie chargés horizontalement, il est indispensable de se préoccuper des conditions imposées à l'extrémité inférieure du pieu, sinon les équations (32) perdent leur sens.

Pour cela, ou bien l'on admet que l'extrémité inférieure du pieu est encastree, auquel cas $u(D) = 0$, $\varphi(D) = 0$ et on a alors un pieu de longueur infinie ; ou bien l'on introduit une force concentrée $Q(D)$ et un moment $M(D)$ et on a alors un pieu de longueur finie.

Les auteurs se placent dans la seconde hypothèse et utilisent pour définir $Q(D)$ et $M(D)$ le concept d'appui élastique de second type, qui prend en compte les forces de frottement qui se développent sous la pointe du pieu lors de son déplacement. Ils obtiennent :

$$Q(D) = u(D)c_r F_0, M(D) = \varphi(D)c_o I_0 \quad (33)$$

où c_r et c_o sont les coefficients de proportionnalité pour un appui élastique du deuxième type.

Mustafaev et Mamedov (1969) ont résolu le problème du pieu de longueur finie sous sa forme la plus générale en admettant que le pieu a une section variable en fonction de la profondeur et que le coefficient de réaction du sol $k(z)$ varie selon une loi quelconque. L'équation différentielle de flexion du pieu se présente sous la forme :

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[EI(z) \frac{d^2 u(z)}{dz^2} \right] + N \frac{d^2 u(z)}{dz^2} + k(z)b(z)u(z) = 0 \quad (34)$$

Ces auteurs notent que la résolution de l'équation (34) avec des coefficients variables ne peut se faire que de façon approchée.

Mustafaev (1962) a proposé une méthode de résolution approchée développée initialement pour les problèmes unidimensionnels de mécanique des structures comportant des équations différentielles linéaires à coefficients variables. Selon cette méthode, la solution générale de l'équation (34) peut être écrite en fonction des paramètres initiaux sous la forme :

$$u(z) = u_0 A(z) + \varphi_0 B(z) + \bar{M}_0 C(z) + H_0 D(z) \quad (35)$$

avec $\bar{M}_0 = M_0 + Nu_0$.

L'expression (35) est analogue à la solution (34) où les fonctions $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ et $D(z)$, qui sont les quatre fonctions linéairement indépendantes obtenues par intégration partielle de l'équation (34), sont déterminées au moyen des expressions :

$$\begin{aligned} A(z) &= F_1^{H,M}(z) + \Phi_1^N(z) + \Psi_1^{H,M,N}(z) \\ B(z) &= F_2^{H,M}(z) + \Phi_2^N(z) + \Psi_2^{H,M,N}(z) \\ C(z) &= F_3^{H,M}(z) + \Phi_3^N(z) + \Psi_3^{H,M,N}(z) \\ D(z) &= F_4^{H,M}(z) + \Phi_4^N(z) + \Psi_4^{H,M,N}(z) \end{aligned} \quad (36)$$

Les fonctions $F_i^{H,M}(z)$, $\Phi_i^N(z)$ et $\Psi_i^{H,M,N}(z)$, qui traduisent respectivement l'influence séparée de la force horizontale H_0 et du moment M_0 , de la force longitudinale N et de l'influence combinée des charges transversale et longitudinale, sont données par Mustafaev et Mamedov (1969). Dans la solution de ces auteurs, le cas particulier du pieu absolument rigide (lorsque EI tend vers l'infini) est prévu :

$$u(z) = u_0 - \varphi_0 z \quad (37)$$

Cette solution est analogue à celle d'Arkhangelskij (1952).

Shakhirev et al. (1974) considèrent un pieu soumis à l'action combinée de charges verticales et horizontales et partent de l'équation du moment dans une section z quelconque, qui s'écrit sous la forme :

$$M(z) = M_1 + Q_1 z + M_{q(z)} - N_1 [u_1 - u(z)] \quad (38)$$

avec

- M_1, Q_1 : moment fléchissant et force transversale pour $z = 0$,
- $M_{q(z)}$: moment résultant de la pression du sol,
- u_1 : déplacement horizontal du pieu au niveau de la surface du sol,
- $u(z)$: déplacement horizontal du pieu dans une section quelconque.

Ce problème est traité dans le cas des sols dont la déformabilité varie avec la profondeur. Le pieu est divisé en tronçons de hauteur D_i à l'intérieur desquels le coefficient de réaction s'écrit sous la forme :

$$k_i(z) = k_i(z = D) \left(\frac{z}{D} \right)^v \quad (39)$$

c'est-à-dire que l'on admet que la loi de variation du coefficient de réaction avec la profondeur est définie de la même façon, sur toute la longueur du pieu, pour toutes les couches, les différences venant uniquement de la valeur maximale de k_i en bout de pieu et du fait que la profondeur z est différente d'une couche à l'autre.

L'équation différentielle de la flexion du pieu, semblable à (34), s'écrit alors sous la forme connue :

$$\frac{\partial^4 u_i(z)}{\partial z^4} + \frac{N_i(z)}{EI} \frac{\partial^2 u_i(z)}{\partial z^2} + \frac{bk_i(z)}{EI} u_i(z) = 0 \quad (40)$$

Suivant les racines de l'équation caractéristique :

$$\lambda_i^4 + \frac{N_i(z)}{EI} \lambda_i^2 + \frac{bk_i(z)}{EI} \lambda_i = 0 \quad (41)$$

l'équation différentielle (40) admet des solutions différentes, que l'on peut obtenir par des méthodes classiques. Les expressions obtenues correspondent à une évolution linéaire des déplacements horizontaux des pieux sous les charges appliquées. Les mêmes auteurs ont cherché à améliorer leur solution en écrivant une relation non linéaire entre les contraintes et les déformations :

$$u_0 = \frac{\sigma}{k_D \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{lim}} \right)} \quad (42)$$

où σ et σ_{lim} sont la pression réelle et la pression limite dans le sol, respectivement, et k_D la valeur du coefficient de réaction à l'extrémité inférieure du pieu. Dans ce cas, on peut calculer les déplacements horizontaux du pieu en utilisant des valeurs de σ_{lim} déterminées, par exemple, par des essais de pénétration statique.

Cependant, l'expression (42), comme les relations (25) et (26) d'Arkhangelskij, ne traduit pas la nature physique du comportement non linéaire du pieu et du sol : elle a une signification géomé-

trique et ne vise qu'à représenter, de façon approximative pour le calcul, la courbe obtenue lors des essais de chargement statique exécutés sur le terrain.

De nombreuses expressions semblables à l'expression (42) ont été proposées jusqu'à présent. Dans pratiquement toutes ces expressions, la valeur inconnue de la pression horizontale limite sur le sol σ_{lim} est un paramètre très important. Cependant, ces approximations n'ont pas donné de résultats satisfaisants dans la mesure où les coefficients empiriques déduits de telle ou telle expérimentation n'avaient qu'un domaine d'application limité. De plus, comme l'ont montré Shakhirev et Ejjaouani (1995), même pour un pieu donné, installé dans un sol donné, différentes combinaisons de charges extérieures (horizontales et verticales) modifient non seulement l'ampleur de la partie linéaire de la fonction $H = f(u_0)$, mais aussi la forme de la courbe, ce qui rend sans espoir la recherche d'une valeur unique de σ_{lim} , puisque ce paramètre dépend peut-être plus de ces facteurs externes que de la nature du sol.

Le comportement des pieux absolument rigides qui subissent, sous l'effet des charges extérieures, une rotation autour d'un point neutre situé à une profondeur D_0 sous la surface du sol, peut aussi être analysé dans le cadre de la théorie des déformations locales. Dans les travaux de Zavriev et Shpiro (1970), de Mustafaev et Mamedov (1969) et de Shakhirev et Ziyazov (1972), on a cherché à résoudre ce problème sous sa forme la plus générale en prévoyant de résoudre simultanément le cas particulier des pieux absolument rigides, dont les déplacements sont donnés par les deux premiers termes des équations (32) et (35).

On s'attendait à ce que les termes suivants de ces équations, qui expriment l'influence de la flexion du pieu, tendent vers zéro quand EI tend vers l'infini et que l'on obtienne alors la solution du cas particulier considéré. Mais cela ne s'est pas produit à cause de l'influence du paramètre α dans les formules de calcul. Cela se voit par exemple dans les expressions (32), qui sont utilisées depuis plus de trente ans déjà dans les normes de l'ancienne URSS. Lorsque l'on détermine les constantes inconnues K_1, K_2, K_3 et K_4 de la solution, le paramètre α apparaît inévitablement dans la deuxième partie de l'expression (32), ce qui fait que l'idée d'un cas particulier correspondant au pieu infiniment rigide ne se réalise pas.

De plus, il est nécessaire d'introduire des restrictions dans l'application de la formule (32) avant même d'arriver à la formulation du cas du pieu infiniment rigide : la longueur réduite $\bar{D} = \alpha_c D$ ne doit pas être inférieure à 2,6. De plus, cette

longueur réduite \bar{D} ne doit pas être supérieure à 4 car, indépendamment de la charge appliquée et des conditions de sol, on atteint pour $\bar{D} = 4$ approximativement le premier point où le moment fléchissant $M(z)$ s'annule, et au-delà duquel les auteurs considèrent le pieu comme un élément de structure fléchi.

Si l'on examine le fonctionnement du pieu pour des valeurs plus fortes de \bar{D} , on peut constater que la distribution des efforts internes au pieu ne s'arrête pas à ce niveau mais se prolonge, comme celle de la pression exercée par le sol. Par conséquent, une telle hypothèse enfreint les conditions d'équilibre du système « sol-pieu » et, pour que cela ne se produise pas, il est nécessaire d'introduire au point \bar{D} une force et un moment concentrés, équilibrant la partie négligée. Si l'on ne recourt pas à ce procédé, on revient au problème du pieu de longueur infinie, dont l'extrapolation aux pieux de rigidité finie pose aussi des problèmes.

Comme les pieux réels ne répondent pas aux conditions d'application de la formule (32), on introduit encore la notion de largeur de calcul de pieu. Cette théorie, qui tire son origine du calcul des poutres à appuis multiples, a en effet un défaut essentiel, qui est qu'il n'y a pas de surface de contact en tant que telle dans la résolution de ce problème de contact.

En réalité, les caractéristiques physiques du pieu et du sol, dans les solutions des équations différentielles, sont introduites par l'intermédiaire du paramètre α , qui est déterminé par les formules (23) ou (30). Lorsque l'on introduit l'expression du moment d'inertie d'une section transversale du pieu (de la poutre), la dimension transversale du pieu (de la poutre) s'élimine :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{kb12}{4Ebh^3}} = \sqrt[4]{\frac{3k}{Eh^3}}$$

Cependant, il est évident qu'il doit exister une relation de proportionnalité entre la résistance du pieu aux charges horizontales et l'aire de la surface de contact. Zavriev et Shpiro (1970) ont, pour cette raison, introduit la notion de largeur de calcul du pieu b_p , qui permet d'éviter d'éliminer directement le paramètre b , en faisant tendre sa valeur vers un ou une valeur supérieure. Ces auteurs proposent de définir la largeur de calcul du pieu sous la forme suivante :

- > $b_p = 1,5 d + 0,5 m$
- pour les pieux de diamètre $d < 0,8 m$,
- > $b_p = d + 1 m$
- pour les pieux de diamètre $d = 0,8 m$ ou plus.

Une autre insuffisance des théories fondées sur la résolution de l'équation différentielle du quatrième ordre est que l'influence des paramètres

physiques du pieu et du sol sur les valeurs de H et u_0 est sensiblement atténuée par la présence de la racine quatrième (23) ou de la racine cinquième (30) dans les expressions de α déjà citées. De plus, les équations différentielles (6), (34) et (40) sont à un tel point « fermées » à tout perfectionnement et les propriétés propres de ces équations sont à un tel point stables que l'on ne peut même pas éliminer leurs insuffisances évidentes sous la forme où sont écrites leurs solutions. C'est pourquoi la résolution du problème du pieu infiniment rigide dans l'hypothèse des déformations locales est traitée comme un problème autonome.

De nombreuses méthodes de calcul des pieux infiniment rigides soumis à une charge horizontale ont été étudiées jusqu'à présent sur la base de l'hypothèse des déformations locales. La démarche de résolution de ce problème est classique, comme lorsque l'on applique la théorie de l'équilibre limite : on établit les conditions d'équilibre limite du pieu sur lequel s'exercent une force horizontale et un moment, en tenant compte de la pression de réaction du sol. Les différences entre les méthodes de calcul proposées portent alors seulement sur le choix de la variation de $k(z)$ en fonction de la profondeur et sur le choix des paramètres qui donnent à la courbe $H = f(u_0)$ son caractère non linéaire.

Les modèles de calcul pour pieux rigides

La résistance des pieux aux charges horizontales dépend de la valeur et de la combinaison de la force verticale N et du moment M s'exerçant sur le pieu. Toutes les méthodes de calcul traitent de façon semblable l'influence du moment appliqué en tête du pieu. Les différences principales entre ces méthodes de calcul concernent la prise en compte de l'influence des composantes verticales des charges externes. Il existe deux approches opposées du calcul de cette influence :

- > un premier groupe de chercheurs estime que la charge verticale à une influence négative sur la résistance du pieu à la force horizontale, en pénalisant ses conditions de fonctionnement par le développement d'un moment de renversement supplémentaire dû à l'apparition d'une excentricité provoquée par le déplacement horizontal du pieu ;
- > un second groupe de chercheurs affirme que la résistance du pieu à la charge horizontale augmente parce que cette force s'oppose au renversement par la force horizontale.

Il existe des études théoriques et expérimentales confirmant chacun de ces deux points de vue.

Par exemple, Snitko et Snitko (1966), qui étudient le fonctionnement d'appuis rigides et souples soumis à l'action combinée de charges horizontales et verticales, parviennent à la conclusion que la charge verticale a une influence négative sur la résistance des appuis à la charge horizontale. C'est un avis partagé par Kalinin (1947), Mustafaev et Mamedov (1969), Zavriev et Shpiro (1970), etc.

Toutefois, on peut aussi montrer l'influence positive de la force verticale sur la résistance du pieu à la charge horizontale : une méthode de calcul des pieux absolument rigides tenant compte de l'influence de la force verticale a été proposée par Belzetskij et Belyaev (1914). L'analyse des expressions établies par ces auteurs montre qu'une charge verticale qui s'applique dans le noyau central de la section du pieu augmente le moment résistant.

Prokofev (1947) tient compte, pour le pieu absolument rigide, de la forme de la variation du coefficient de réaction du sol en fonction de la profondeur sous la forme :

$$k(z) = \beta(k_D)^y \left(\frac{z}{D}\right) \quad (43)$$

avec

- $(k_D)^y$: coefficient de réaction du sol au niveau de la pointe du pieu,
- β : coefficient tenant compte de l'anisotropie du sol.

Cet auteur essaye de cette façon de tenir compte non seulement de la résistance horizontale mais aussi de la résistance verticale du sol sur la base du pieu. Il estime que le point neutre, par rapport auquel a lieu la rotation du pieu, ne se trouve pas sur l'axe géométrique du pieu mais est décalé de « e » vers l'axe d'application de la résultante de la réaction verticale du sol sous la pointe du pieu (fig. 4). C'est pourquoi il écrit l'équation d'équilibre des moments par rapport à l'extrémité inférieure du pieu de la manière suivante :

$$H(L + D) - Ne - b \int_0^D q(z) dz = 0 \quad (44)$$

Toutes les méthodes de calcul qui prévoient une influence positive de la composante verticale sur la résistance du pieu soumis à une charge horizontale prennent en compte, d'une manière ou d'une autre, l'excentricité de la résultante de la pression verticale du sol sous l'extrémité inférieure du pieu par rapport à l'axe géométrique du pieu. Cette excentricité, dirigée du côté de l'effet de la force horizontale, crée un moment résistant.

Un grand nombre de travaux expérimentaux, réalisés avec des pieux de longueurs et de sections transversales différentes, montrent l'influence po-

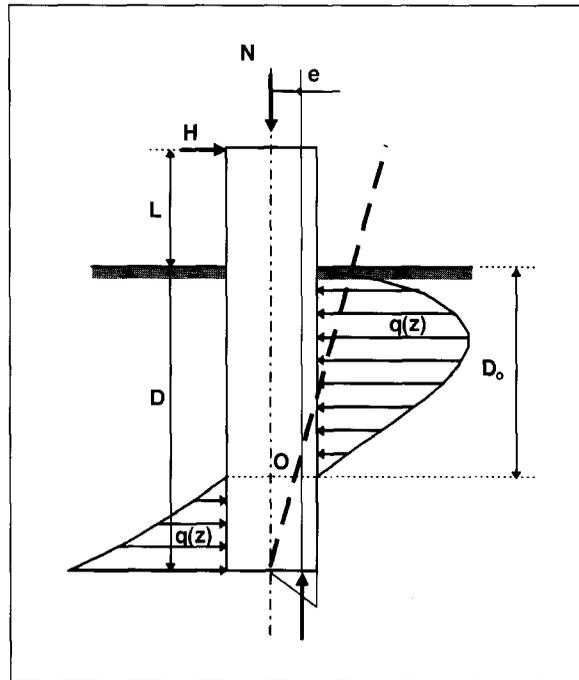


Fig. 4 - Schéma de calcul d'un pieu infiniment rigide (d'après Prokofev, 1947).

sitive de la force longitudinale. Les travaux de Kananyan et al. (1973) montrent de façon convaincante que la force verticale produit une augmentation de la résistance des pieux aux charges horizontales. Shakhirev (1986, 1987) s'est appuyé sur des études expérimentales en vraie grandeur pour développer une méthode de calcul non linéaire des pieux de forme pyramidale soumis à l'action combinée de charges horizontales et verticales, dont découle comme cas particulier une méthode de calcul des pieux infiniment rigides. Dans ces travaux, il a été admis, pour simplifier, que le centre de rotation se trouve sur la face avant du pieu, ce qui est, selon cet auteur, tout à fait admissible pour les pieux battus dont l'extrémité inférieure est pointue.

Shakhirev a aussi formulé un mécanisme de comportement des pieux sous une charge extérieure. Au début des déplacements horizontaux du pieu soumis à l'action d'une force horizontale, quand la ligne d'action de la force verticale ne sort pas du noyau de la section du pieu, cette force contribue à la résistance au renversement du pieu. Ultérieurement, l'augmentation des déplacements horizontaux peut faire sortir la ligne d'action de la force verticale du noyau de la section du pieu, de sorte que cette force commencera alors à exercer une influence négative sur la résistance du pieu au chargement horizontal. Les études de Shakhirev et Ejjaaouani (1995) sur des pieux battus et forés de différents diamètres, pour différentes hauteurs d'application des charges horizontale et verticale, confirment le mécanisme décrit ci-dessus.

Coefficient de réaction du sol

L'analyse des modèles de calcul existants pour les massifs de sol en contact avec des structures allongées et étroites comme les pieux montrent que l'hypothèse la plus acceptable et la plus significative pour les applications est celle des déformations locales. On peut en trouver confirmation dans le grand nombre des travaux de recherches effectués dans différents pays où ce modèle est utilisé pour le calcul des pieux chargés horizontalement, de préférence à d'autres modèles.

L'hypothèse des déformations locales, indépendamment de l'aspect formel des solutions obtenues, donne dans un grand nombre de cas des résultats satisfaisants. Klejn et Karavaev (1979) et Klejn (1983) estiment qu'un modèle de sol de fondation doit prendre en compte certaines propriétés réelles des sols, comme les discontinuités de la structure des massifs, leur hétérogénéité et la non-linéarité des déformations. Le modèle des déformations locales permet de tenir compte de discontinuités du sol de fondation, si elles se manifestent au niveau de la surface de contact.

Dans les comparaisons du modèle du demi-espace à déformations linéaires (théorie de l'élasticité linéaire) avec la théorie des déformations locales, on considère comme argument décisif l'incapacité du modèle de Winckler à répartir les contraintes dans le massif de sol. Toutefois, les propriétés de redistribution des charges du modèle du milieu continu sont tellement différentes de celles des sols réels que cet avantage apparent peut devenir un défaut dans beaucoup de cas.

Néanmoins, la prise en compte de la non-linéarité des déformations du sol, de ses discontinuités et de son découpage en couches constitue actuellement une condition très importante pour l'application et le développement des modèles de calcul des sols de fondation pour les pieux chargés horizontalement. Pour évaluer, de ce point de vue, le modèle des déformations locales, il faut s'intéresser aussi au coefficient de réaction du sol, qui est un élément central de ce modèle.

Les relations approchées proposées, sur la base des courbes expérimentales $H = f(u)$, ont une géométrie non linéaire mais leur domaine d'application est restreint aux conditions d'exécution des expériences réalisées.

Les études expérimentales effectuées sur différents types de pieux placés dans différents types de sol ont montré que la non-linéarité de la courbe $H = f(u)$ est étroitement liée à la loi de variation du coefficient de réaction du sol, du moins dans les directions verticale et horizontale.

Lorsqu'une charge horizontale est appliquée au pieu, des déformations plastiques apparaissent dans le sol quand les déplacements sont encore

petits et, lorsque les déplacements horizontaux augmentent, ces déformations plastiques s'étendent latéralement vers le bas et provoquent la rupture du sol autour du pieu. Cette évolution se reflète nécessairement dans la loi de variation de k et dans la forme de la courbe « charge-déplacement horizontal ». Ainsi, le coefficient de réaction du sol dépend non seulement de la profondeur mais aussi de l'évolution des déformations plastiques du sol, qui est liée à son tour à la charge horizontale et aux déplacements horizontaux qu'elle entraîne.

La loi de variation du coefficient de réaction du sol en fonction de la profondeur proposée initialement par Titze (1943) est le plus souvent écrite sous la forme :

$$k(z) = k_D \left(\frac{z}{D} \right)^v \quad (45)$$

où v est un exposant dépendant de l'état du sol, que Titze choisit entre 0 et 1 :

➤ dans le cas le plus simple, où l'on néglige la variation de k avec la profondeur, on peut écrire, pour $v = 0$, $k = k_D$;

➤ pour $v = 1$, on obtient une loi de variation linéaire.

Shakhirev (1971) et Shakhirev et Ziyazov (1972) ont associé la valeur de v à la nature du sol et réalisé des analyses théoriques pour $v = 0$, $v = 0,5$, $v = 1$ et $v = 2$. Ces études ont montré que la loi de variation $k(z)$ a une influence importante sur la valeur calculée des déplacements horizontaux du pieu. En effet, la valeur du déplacement horizontal du pieu est inversement proportionnelle au coefficient de réaction du sol, de sorte que l'erreur faite lors du choix d'une loi de variation de $k(z)$ se traduit par une erreur sur le déplacement cherché. Sur la base de ces études, il a été recommandé de prendre les valeurs de v suivantes :

- $0 \leq v \leq 0,5$ pour les argiles,
- $0,5 \leq v \leq 1$ pour les argiles limoneuses,
- $v > 1$ pour les sables.

D'autres lois de variation ont été proposées pour $k(z)$. Par exemple, Zavriev et Shpiro (1970) proposent :

$$k(z) = k \cdot z \quad (46)$$

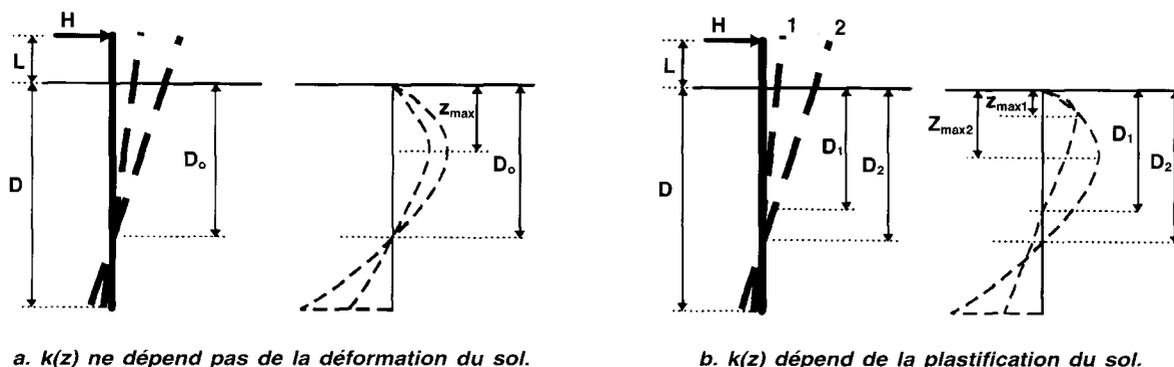
et Mironov et Krovyakov (1980) :

$$k(z) = k \cdot z^n \quad (47)$$

Sur la base d'études expérimentales réalisées sur des modèles de pieux dans un sol sableux, Filatov (1977) est arrivé aux conclusions suivantes :

➤ les variations du coefficient de réaction du sol en fonction de la profondeur ont une forme non linéaire convexe clairement marquée ;

➤ quand les charges horizontales augmentent, $k(z)$ diminue et tend vers zéro pour les valeurs critiques des charges.



a. $k(z)$ ne dépend pas de la déformation du sol.

b. $k(z)$ dépend de la plastification du sol.

Fig. 5 - Schéma du comportement du pieu et du sol lors de l'application de la charge horizontale H pour différentes lois de variation de $k(z)$.

Avec toutes les lois de variation du coefficient de réaction du sol en fonction de la profondeur citées ci-dessus, qui ne sont pas liées à la valeur du déplacement horizontal du pieu, les positions du point neutre et du maximum de la distribution de pression du sol au-dessus du point neutre restent invariables quelle que soit la valeur des déplacements horizontaux (fig. 5a). Cette conclusion des calculs est en contradiction avec les recherches de Filatov (1977) et de Shakhirev (1986, 1987).

Shakhirev et Ejjaouani (1995) ont démontré expérimentalement que, dans l'expression (42), le coefficient de réaction du sol $k(z)$ est variable, non seulement avec la profondeur mais aussi en fonction du déplacement horizontal du pieu u_0 . Lorsque les déplacements horizontaux du pieu augmentent, des zones de rupture plastique apparaissent, puis s'étendent horizontalement et verticalement, ce qui fait diminuer la valeur de $k(z)$. Cela se reflète aussi sur la position du point neutre du pieu, qui s'enfonce lorsque les déplacements horizontaux augmentent. De la même façon, le maximum de la pression de réaction du sol sur le pieu, qui est liée aux conditions d'équilibre, voit sa profondeur z_{max} augmenter (fig. 5b). Lorsque la hauteur d'application de la force horizontale varie, la position du point neutre et l'allure de la distribution $q(z)$ correspondante varient aussi.

Une méthode de calcul des pieux infiniment rigides sous charge horizontale

Le modèle décrit ci-après repose sur les hypothèses suivantes (fig. 6) :

➤ le pieu infiniment rigide tourne dans le sol autour d'un certain point neutre (centre de rotation) quand il est soumis à une force horizontale appliquée à une hauteur quelconque par rapport à la surface du sol ;

➤ l'interaction du pieu avec le sol est décrite par le modèle des déformations locales de Winkler. Le coefficient de réaction du sol $k(z,u)$ dépend à la fois de la profondeur et du développement des déformations plastiques dans le sol entourant le pieu, qui est représenté par le déplacement horizontal u_0 du pieu au niveau du sol. La valeur de $k(z,u)$ inclut l'effet quantitatif des forces de frottement, qui apparaissent sur la surface latérale du pieu et sous l'extrémité inférieure, ainsi que l'effet des contraintes tangentielles longitudinales sur la partie de la surface latérale du pieu qui est inclinée par rapport à la verticale. Dans ces conditions, le coefficient de réaction du sol $k(z,u)$ exprime la proportionnalité entre les déplacements horizontaux du pieu $u(z)$ et les projections sur l'axe horizontal de toutes les forces qui empêchent la rotation du pieu sous l'effet de la charge horizontale.

L'équation de la rotation du pieu par rapport au point neutre s'écrit sous la forme :

$$u(z) = a_0 + a_1 \left(\frac{z}{D} \right) \quad (48)$$

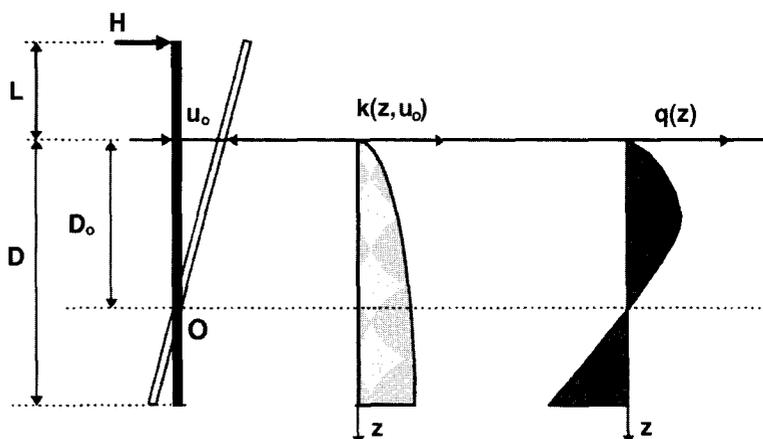


Fig. 6 - Modèle de calcul du pieu infiniment rigide.

Les constantes inconnues de l'équation (48) sont déduites des conditions aux limites :

➤ pour $z = 0$, $u(z) = u_0$, d'où $a_0 = u_0$,

➤ pour $z = D_0$, $u(z) = 0$, d'où $a_1 = u_0 \frac{D}{D_0}$

Les coefficients a_0 et a_1 ayant été calculés, l'équation (48) peut s'écrire :

$$u(z) = u_0 \left(1 - \frac{z}{D_0}\right) \quad (49)$$

La réaction du sol dans le modèle des déformations locales s'écrit sous la forme :

$$q(z) = b k(z,u) u(z) \quad (50)$$

avec

$$k(z,u) = b k_D \left(\frac{z}{D}\right)^v \quad (51)$$

– b : dimension transversale du pieu,

– k_D : coefficient de réaction du sol à l'extrémité inférieure du pieu, en kN/m^3 ,

– v : paramètre de l'expression $k(z,u)$ qui traduit l'influence de l'évolution des déformations plastiques du sol entourant le pieu, exprimée en fonction de u_0 .

En tenant compte des expressions (49) et (51), l'équation (50) prend la forme :

$$q(z) = b k_D \left(\frac{z}{D}\right)^v \left(1 - \frac{z}{D_0}\right) u_0 \quad (52)$$

On déduit de l'équation d'équilibre la force horizontale H qui peut être supportée par le pieu pour une valeur donnée u_0 du déplacement horizontal :

$$H - \int_0^D q(z) dz = 0 \quad (53)$$

$$H = k_D u_0 b \int_0^D \left(\frac{z^v}{D^v} - \frac{z^{v+1}}{D^v D_0}\right) dz$$

$$H = k_D u_0 b \left[\frac{1}{v+1} - \frac{D}{(v+2) D_0}\right] \quad (54)$$

avec

– D : profondeur d'encastrement du pieu dans le sol,

– D_0 : profondeur du point neutre.

On déduit la valeur inconnue de D_0 de l'équation des moments, qui s'écrit, pour une section située à la profondeur z , sous la forme :

$$M(z) = H(L+z) - \int_0^z q(t) (z-t) dt$$

$$q(z) = b k_D \left(\frac{z}{D}\right)^v \left(1 - \frac{z}{D_0}\right) u_0 \quad (55)$$

$$M(z) = H(L+z) - k_D u_0 b \int_0^z \left(\frac{t}{D}\right)^v \left(1 - \frac{t}{D_0}\right) (z-t) dt$$

Après intégration, prise en compte des limites et quelques transformations, on obtient :

$$M(z) = H(L+z) - k_D u_0 b \dots$$

$$\dots \times \left[\frac{z^{v+2}}{(v+1)(v+2)D^v} - \frac{z^{v+3}}{(v+2)(v+3)D^v D_0} \right] \quad (56)$$

La condition d'équilibre des moments en $z = D$, extrémité inférieure du pieu, est $M(D) = 0$ et, en reportant l'expression (54) de H dans l'équation (55), on obtient :

$$\frac{D_0}{D} = \frac{[(L+D)(v+3) - D](v+1)}{[(L+D)(v+2) - D](v+3)} \quad (57)$$

H et D_0 étant connus, on peut écrire les expressions de la force transversale $Q(z)$ et du moment $M(z)$ dans une section quelconque z :

$$Q(z) = H - k_D u_0 b D \dots$$

$$\dots \times \left[\frac{1}{(v+1)} \left(\frac{z}{D}\right)^{v+1} - \frac{D}{(v+2)D_0} \left(\frac{z}{D}\right)^{v+2} \right] \quad (58)$$

$$M(z) = H(L+z) - k_D u_0 b D^2 \dots$$

$$\dots \times \left[\frac{1}{(v+1)(v+2)} \left(\frac{z}{D}\right)^{v+2} - \frac{D}{(v+2)(v+3)D_0} \left(\frac{z}{D}\right)^{v+3} \right] \quad (59)$$

Le déplacement horizontal du pieu au point d'application de la force horizontale, situé à la hauteur L au-dessus de la surface du sol, est déterminé avec une précision suffisante pour les calculs pratiques par la formule :

$$u(L) = u_0 D \frac{L+D_0}{D_0} \quad (60)$$

L'inclinaison du pieu par rapport à la verticale est :

$$\varphi = \frac{u_0}{D_0} \quad (61)$$

Le déplacement horizontal de l'extrémité inférieure du pieu est donné par la formule :

$$u(D) = u_0 \frac{D_0 - D}{D_0} \quad (62)$$

La distribution de la pression de réaction du sol au renversement du pieu sous l'action d'une force horizontale peut être représentée à partir de la formule :

$$q(z) = k_D u_0 b \left[\left(\frac{z}{D}\right)^v - \frac{D}{D_0} \left(\frac{z}{D}\right)^{v+1} \right] \quad (63)$$

Toutes ces formules dépendent de u_0 à la fois directement et par l'intermédiaire de v .

Dans ces expressions, k_D et v sont les paramètres qui permettent de définir les particularités de l'interaction d'un sol et d'un pieu. L'analyse et le traitement de nombreuses données expérimentales obtenues sur des pieux réels ont permis d'obtenir les valeurs présentées sur les figures 7 à 9 et dans le tableau I, respectivement : les valeurs du coefficient de réaction k_D sont données en fonction du type de sol, de sa densité, de la dimension de ses particules et de son état de saturation, et les valeurs de v sont données en fonction de la valeur du déplacement horizontal du pieu pour u_0 variant de 0 à 5 cm avec un pas de 0,1 cm.

Ainsi, en utilisant les valeurs de k_D des figures 7 à 9 et en associant aux déplacements horizontaux u_0 au niveau de la surface du sol les valeurs de v correspondantes (tableau I), on peut construire la relation non linéaire $H = f(u_0)$ en utilisant les formules données ci-dessus.

Exemple de calcul

À titre d'exemple, nous allons calculer des pieux courts battus, dont les essais ont été présentés par Shakhirev et Ejjaouani (1995). Ces pieux de section 30×30 cm étaient encastés de 2 m dans

un sol argilo-limoneux dont les caractéristiques géotechniques sont indiquées dans le tableau II. Ils ont été soumis à une charge horizontale H appliquée à différentes hauteurs L .

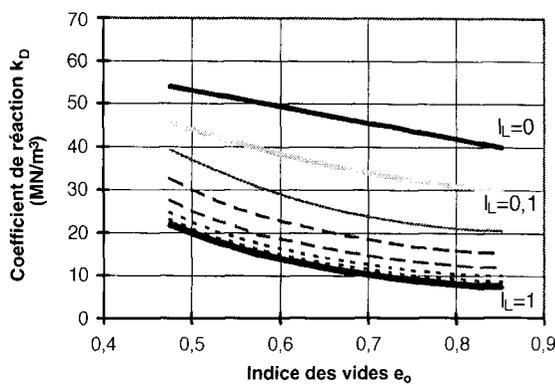
D'après la figure 7a, pour $I_L = 0,6$ et $e = 0,66$, on trouve une valeur de $k_D = 13 \text{ MN/m}^3$ et les valeurs de v sont prises dans le tableau I.

Les résultats des calculs sont comparés dans le tableau III aux résultats des essais statiques réalisés sur les pieux. Le calcul a été effectué pour différentes valeurs du déplacement horizontal, couvrant le domaine des valeurs observées entre 0,002 m et 0,05 m et pour des hauteurs L d'application de la charge horizontale égales à 0, 1, 2, 4 et 6 m.

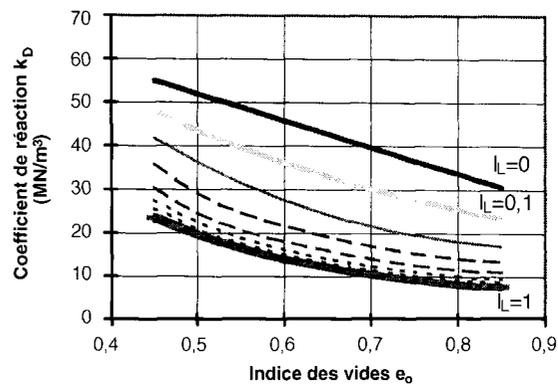
Comme on peut le voir dans le tableau III, les résultats des calculs sont en bon accord avec les résultats des essais pour toutes les valeurs des déplacements horizontaux.

TABLEAU I
Valeurs du paramètre v de la fonction $k(z,u)$
(paramètre d'évolution des déformations plastiques dans le sol entourant le pieu)

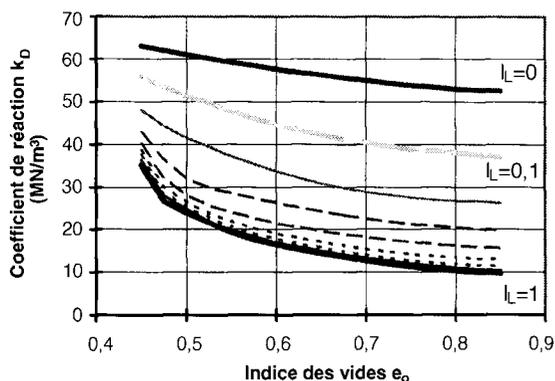
u_0 (m)	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
v	0	0,08	0,16	0,234	0,31	0,625	0,875	1,075	1,25



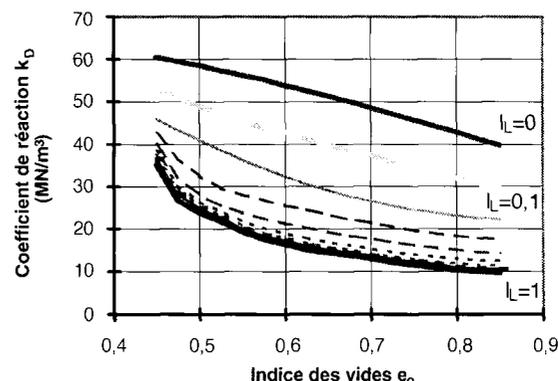
a. Pieux battus - Argiles limoneuses.



b. Pieux forés - Argiles limoneuses.



c. Pieux battus - Argiles.



d. Pieux forés - Argiles.

Fig. 7 - Relation empirique entre le coefficient de réaction, l'indice des vides et l'indice de liquidité des sols argileux (argiles limoneuses : indice de plasticité compris entre 7 et 17 ; argiles : indice de plasticité supérieur à 17).

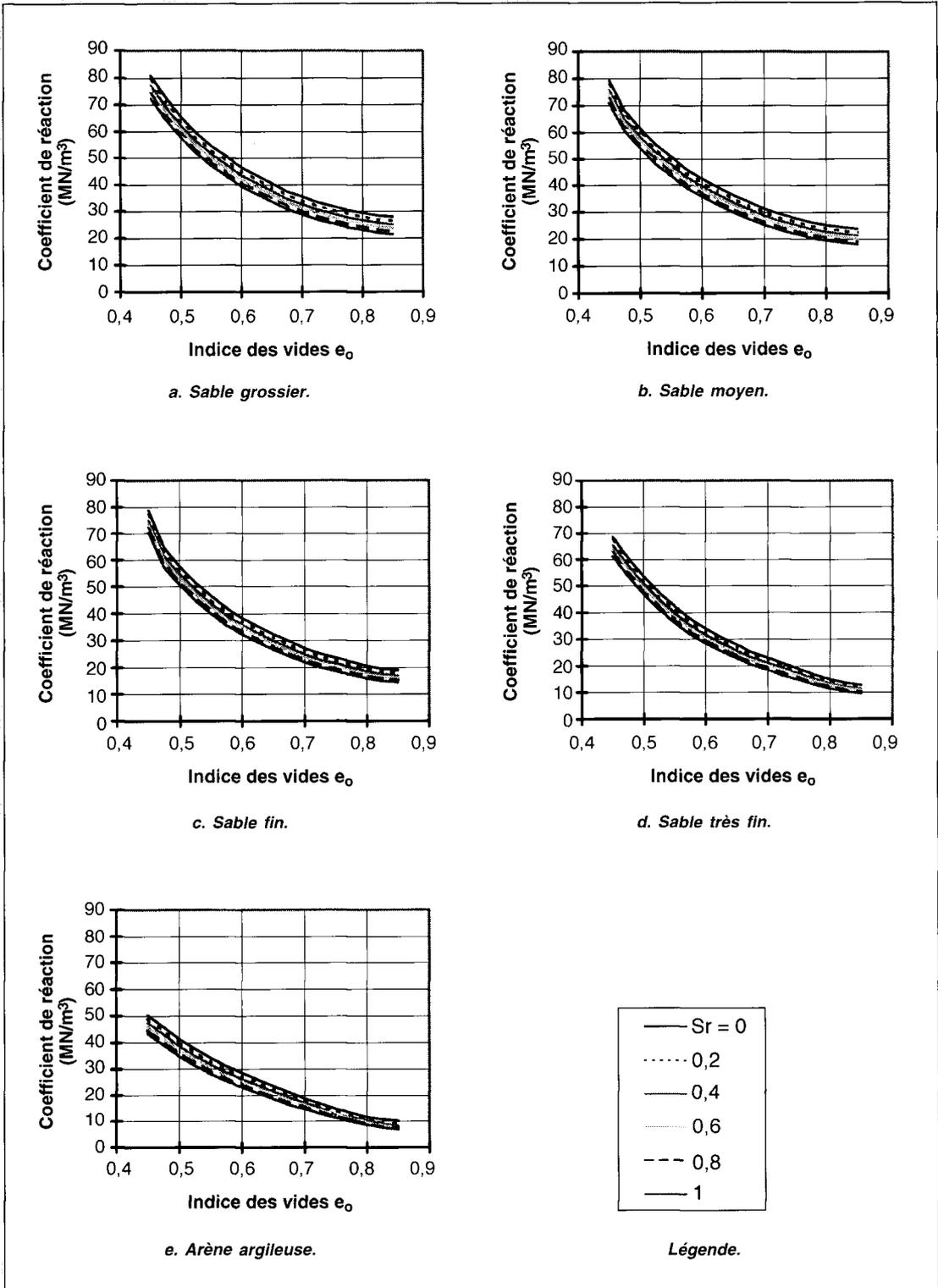


Fig. 8 - Relation empirique entre le coefficient de réaction, l'indice des vides et le degré de saturation des sols sableux (cas des pieux forés).

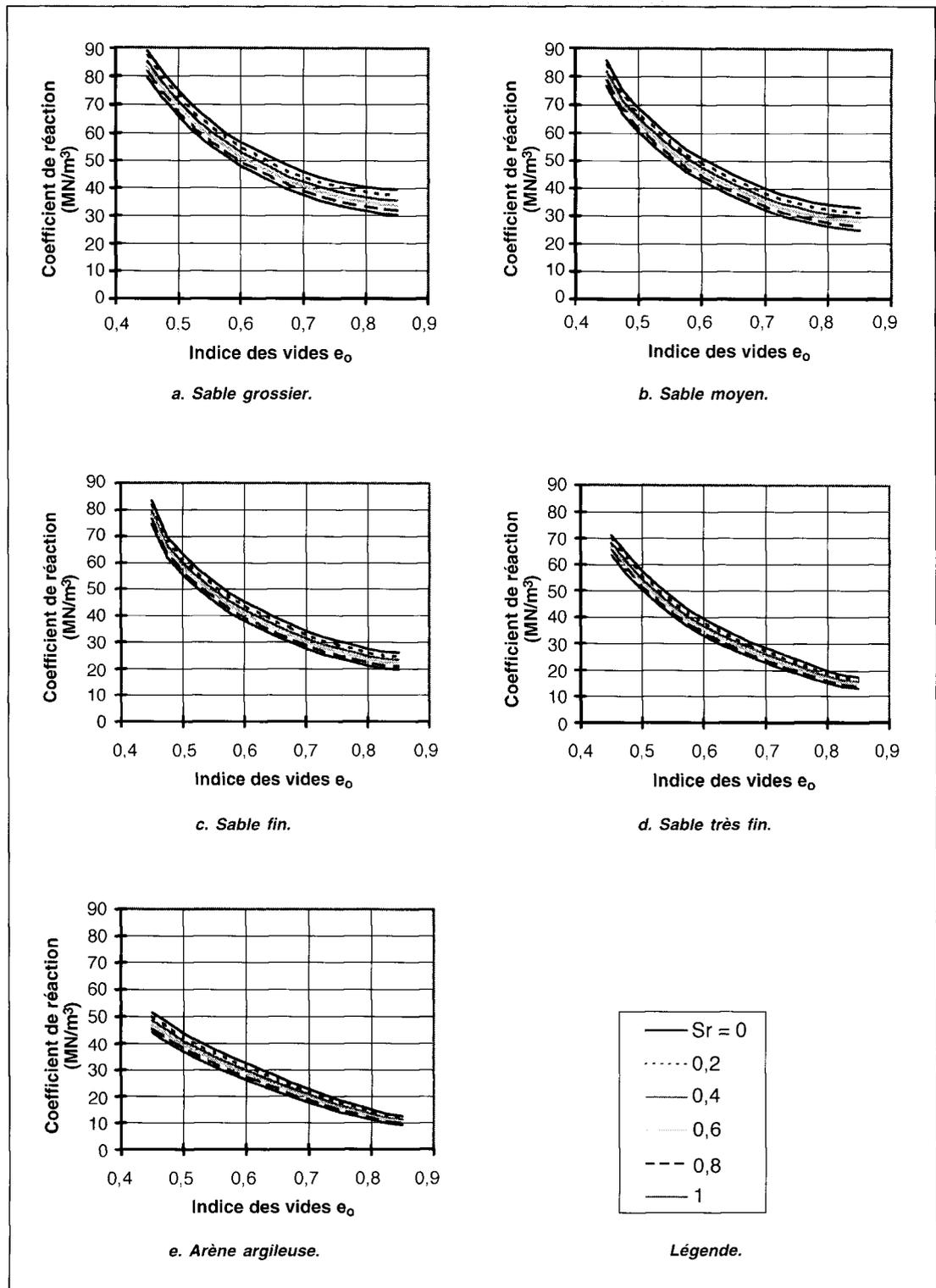


Fig. 9 - Relation empirique entre le coefficient de réaction, l'indice des vides et le degré de saturation des sols sableux (cas des pieux battus).

TABLEAU II
Caractéristiques des sols du site expérimental 1
(Shakhirev et Ejjaouani, 1995)

Argile limoneuse marron clair de consistance moyenne	
pooids volumique	$\gamma = 19,6 \text{ kN/m}^3$
teneur en eau naturelle	$w = 19,5 \%$
indice des vides	$e = 0,66$
indice de liquidité	$I_L = 0,6$
module de déformation	$E = 15 \text{ MPa}$

TABLEAU III
Comparaison des calculs et des essais effectués sur le site expérimental 1
(Shakhirev et Ejjaouani, 1995)

		Déplacement horizontal u_0 (m)									
		0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	
L = 0 m	Numéro du pieu	1	3,8	7,2	8,4	9,7	10,5	13,8	15,8	16,8	17,4
		2	3,7	7	8	10	10,8	13,9	15,6	16,6	17
		3	4,2	6,9	8,5	9,5	11	13,8	15,4	16,1	16,2
		4	4	6,8	8,6	10,2	10,9	13,7	15,2	15,9	16,3
	H moyen (essai)		3,93	6,98	8,38	9,85	10,8	13,8	15,5	16,35	16,73
	H calculé		3,9	6,7	8,6	10,1	11,17	14	15,1	15,9	16,45
Écart relatif (%) calcul/mesure		-0,6	-3,9	2,7	2,5	3,4	1,4	-2,6	-2,8	-1,6	
L = 1 m	Numéro du pieu	5	2,4	3,6	4,5	5,3	6	7,8	9,1	9,9	10,1
		6	2,3	3,7	4,6	5,4	6,1	8,2	9,1	9,8	10
	H moyen (essai)		2,35	3,65	4,55	5,35	6,05	8	9,1	9,85	10,05
	H calculé		2,2	3,9	5	5,8	6,5	8,3	9	9,55	9,92
	Écart relatif (%) calcul/mesure		-6,4	6,8	9,9	8,4	7,4	3,8	1,1	-3	-1,3
L = 2 m	Numéro du pieu	7	1,4	2,6	3,4	4,3	4,6	6	6,8	7,3	7,7
		8	1,3	2,7	3,6	4,2	4,5	6,1	6,7	7,2	7,6
	H moyen (essai)		1,35	2,65	3,5	4,25	4,55	6,05	6,75	7,25	7,65
	H calculé		1,56	2,69	3,51	4,11	4,58	5,87	6,4	6,83	7,1
	Écart relatif (%) calcul/mesure		15,6	1,5	0,3	-3,3	0,7	-3	-5,2	-5,8	-7,2
L = 4 m	Numéro du pieu	9	1,2	1,7	2,3	2,7	3,1	4,4	5,2	5,7	6
		10	1,1	1,6	2,4	2,8	3	3,9	4,4	4,8	5
	H moyen (essai)		1,15	1,65	2,35	2,75	3,05	4,15	4,8	5,25	5,5
	H calculé		1	1,7	2,2	2,6	2,9	3,7	4,07	4,34	4,52
	Écart relatif (%) calcul/mesure		-13	3	-6,4	-5,5	-4,9	-10,8	-15,2	-17,3	-17,8
L = 6 m	Numéro du pieu	11	1	1,4	1,8	2,1	2,4	3	3,4	3,7	3,8
		12	0,9	1,3	1,7	2	2,3	2,9	3,3	3,5	3,6
		11'	0,95	1,2	1,65	1,9	2,2	2,75	3,25	3,4	3,5
		12'	0,9	1,2	1,72	1,96	2,25	2,8	3,6	3,46	3,57
	H moyen (essai)		0,94	1,30	1,72	1,99	2,29	2,86	3,39	3,52	3,62
	H calculé		0,71	1,23	1,6	1,9	2,1	2,71	2,95	3,2	3,32
	Écart relatif (%) calcul/mesure		-24,3	-5	-6,8	-4,5	-8,2	-5,3	-12,9	-9	-8,2

Le tableau donne la valeur de la force horizontale H (kN) en fonction du déplacement u_0 .

Conclusion

Cet article a présenté une analyse historique de l'évolution des méthodes de calcul des pieux soumis à des charges horizontales, puis décrit une méthode d'analyse de l'interaction d'un pieu court rigide soumis à une force horizontale avec le sol de fondation. Cette méthode appartient au groupe des méthodes de calcul « au coefficient de réaction » et conduit à résoudre l'équation différentielle de la poutre sur appui élastique avec une loi d'interaction dépendant à la fois de la profondeur et de l'amplitude du déplacement horizontal du pieu

dans le sol. Les valeurs du coefficient de réaction ont été reliées aux paramètres d'identification et d'état des sols argileux et sableux et un exemple d'application de cette méthode à l'analyse des pieux d'un site expérimental montre que la méthode donne des résultats satisfaisants.

Ces travaux sont poursuivis dans deux directions : il s'agit, d'une part, de relier les valeurs du coefficient de réaction aux résultats des essais en place (pénétromètre, pressiomètre) et, d'autre part, d'étendre le schéma de calcul au cas des forces inclinées et des moments.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANGELSKIJ D.V. (1937), K raschetu svajnykh osnovanij na gorizontalnuyu nagruzku (en russe : *À propos du calcul des fondations sur pieux soumises à des charges horizontales*), Recueil de travaux du MADI, 7, Moscou.
- ARKHANGELSKIJ M.M. (1952), Raschet gibkikh fundamentov, svajij i shpuntovykh stenok na dejstvie gorizontalnykh sil (en russe : *Calcul des fondations souples, des pieux et des rideaux de palplanches soumis à des forces horizontales*), Recueil de travaux du NIIZhT, VIII, Moscou.
- BELZETSKIJ S.I., BELYAEV V.G. (1914), Statika sooruzhenij (en russe : *Statique des ouvrages*), Vol. I, Moscou.
- BEREZANTSEV V.G. (1946), Raschet odinochnykh svajij i svajnykh kust na dejstvie gorizontalnykh sil (en russe : *Calcul des pieux isolés et des groupes de pieux sous l'action de forces horizontales*), Voenizdat, Moscou.
- BEZUKHOV N.I. (1937), Ustojchivost podpornykh stenok i mostovykh opor (en russe : *Stabilité des parois de soutènement et des appuis de ponts*), Recueil de travaux du MADI, 6, Moscou.
- BRENEKKE L., LOHMEYER E. (1949), Osnovaniya i fundamenty. Tom II : Svajnye fundamenty (en russe : *Sols et fondations. Tome II : Fondations sur pieux*. Traduit de l'allemand), Gostrojizdat, Moscou.
- DOBROVOLSKIJ K.H. (1929), Raschet svajnykh osnovanij (en russe : *Calcul des fondations sur pieux*), Tiflis.
- FILATOV A.V. (1977), Ehksperimentalnye issledovaniya ehpyur reaktivnogo davleniya grunta i peremeshchenij svajij pri dejstvii gorizontalnykh nagruzok (en russe : *Étude expérimentale de la distribution de la réaction du sol et des déplacements des pieux soumis à des charges horizontales*). Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, 1/1977, Moscou.
- FRANK R. (1984), *Études théoriques de fondations profondes par autoforage dans les LPC et résultats pratiques (1972-1983)*, Rapport de recherche LPC, 128, pp. 68-74.
- GAFAROV K. (1967), Raschet fundamentnoj stenki glubokogo zalozheniya s uchetom peremennogo modulya deformatsii grunta v osnovanii (en russe : *Calcul d'une paroi profonde de fondation en tenant compte d'un module de déformation variable du sol*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, Moscou, 6/1967, pp. 29-32.
- GERSEVANOV N.M. (1933), Funktsionalnye preryvateli i ikh primenenie v stroitelnoj mekhanike (en russe : *Les fonctions discontinues et leur application en mécanique des structures*), Recueil de travaux du VIOS, 1-2/1933-1934, ONTI, Gostrojizdat.
- GERSEVANOV N.M. (1948), Sobrannye sochineniya. Tom I i 2 (en russe : *Œuvres choisies. Tomes 1 et 2*), Moscou, Strojvoenmorizdat.
- GOLUBKOV V.N. (1948), Ehksperimentalnye issledovaniya raboty svajij na gorizontalnuyu nagruzku (en russe : *Études expérimentales du fonctionnement des pieux soumis à une charge horizontale*), Recueil de travaux : *Sols et fondations. Problèmes d'essais de sols* [Sbornik « Osnovaniya i fundamenty. Voprosy ispytaniy gruntov »], 11/1948, Strojvoenmorizdat.
- GOLUBKOV V.N. (1950), Nesushchaya sposobnost svajnykh osnovanij (en russe : *Capacité portante des fondations sur pieux*), Mashstrojizdat, Moscou.
- GORBUNOV-POSADOV M.I. (1949), Balki i plity na uprugom osnovanii (en russe : *Poutres et dalles sur appui élastique*), Moscou, Mashstrojizdat.
- HAYASI K. (1930), Teoriya rascheta balki na uprugom osnovanii (en russe : *Théorie du calcul des poutres sur appui élastique*), Moscou, Gostekhizdat.
- KALININ N.G. (1947), Prodolno-poperechnyj izgib sterzhnej na uprugom osnovanii (en russe : *Flexion des barres sur appui élastique*), Travaux de l'académie Zhukovskij, Vol. 90, Moscou.
- KALINOVICH B.Yu. (1932), Sudokhodnyj shlyuz i ego raschet (en russe : *L'écluse pour bateaux et son calcul*), Strojizdat.
- KANANYANA A.S., SOBOLEVSKIJ Yu.A., NIKITENKO M.I. (1973), Ehksperimentalnye issledovaniya raboty osnovanij gorizontally nagruzhennykh kruglykh stoek pri razlichnykh razmerakh podzemnoj chasti (en russe : *Études expérimentales du fonctionnement des sols de fondation de poteaux cylindriques chargés horizontalement et de longueur d'encastrement différentes*), Recueil de travaux « Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov », Vol. 2, Vysshchaya Shkola, Minsk.
- KLEJN G.K. (1983), Nekotorye uzlovye voprosy rascheta gruntovykh osnovanij i vzaimodejstvuyushchikh c nimi sooruzhenij (en russe : *Quelques questions cruciales du calcul des sols de fondation et des ouvrages avec lesquels ils interagissent*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, 4/1983, Moscou.

- KLEJN G.K., KARAVAEV V.N. (1979), Raschet zhelezobetonnnykh svaj na dejstvie vertikalnykh i gorizontalnykh nagruzok (en russe : *Calcul des pieux en béton armé soumis à des charges verticales et horizontales*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, **6/1979**, pp. 13-15.
- KORNEVITS E.H.F., EHNDER G.V. (1932), Formuly dlya rascheta balok na uprugom osnovanii (en russe : *Formules pour le calcul des poutres sur appui élastique*), ONTI.
- KREY G. (1932), Teoriya davleniya zemli i soprotivlenie gruntov nagruzke (en russe : *Théorie de la pression des terres et de la résistance des sols aux charges*), Moscou, Gos. NTI Strojindustrii.
- KRYLOV A.N. (1954), Lektsii o priblizhennykh vychisleniyakh (en russe : *Leçons sur les calculs approchés*), Gostekhizdat.
- KUDRIN S.M. (1936), Ustojchivost opor v gruntakh (en russe : *Stabilité des appuis dans les sols*), Moscou, G.I. ONTI.
- LAPETIN N.V. (1940), Raschet zhestkikh bezankernykh shpuntovykh stenok (en russe : *Calcul des rideaux de palplanches rigides non ancrés*), Gosstrojizdat.
- LATYSHENKOV A.M. (1939), Soprotivlenie svaj i shpuntov gorizontalnym silam (en russe : *Résistance des pieux et des palplanches aux forces horizontales*), Travaux du Laboratoire des Ouvrages hydrotechniques [Trudy Laboratorii Gidrotekhnicheskikh Sooruzhenij], Gosstrojizdat.
- MATLOCK H., REESE L. (1960), *Generalized solution for laterally loaded piles*, Proceedings ASCE, **Vol. 10**.
- MICHE R. (1930), Investigation of piles subject to horizontal forces. Application to quarry walls, *Jl. School of Engineering*, Giza, NY.
- MIRONOV V.S., KROVYAKOV V.N. (1980), Eksperimentalnye issledovaniya soprotivleniya vertikalnykh i naklonnykh svaj dejstviyu naklonnykh nagruzok (en russe : *Études expérimentales de la résistance des pieux verticaux et inclinés à l'action de charges inclinées*), Izvestiya VUZ'ov Stroitelstvo i Arkhitektura, **8/1980**, pp. 123-126.
- MUSTAFAEV A.A. (1962), Ob odnom metode priblizhennogo resheniya nekotorykh kraevykh zadach stroitelnoj mekhaniki dlya obyknovennykh differentsialnykh uravnenij s peremennymi koefitsientami (en russe : *Sur une méthode de résolution approchée de certains problèmes de calcul des structures représentés par des équations différentielles ordinaires à coefficients variables*), Travaux de l'Institut polytechnique d'Azerbaïdjan (AzPI), Bakou, Tome XXII.
- MUSTAFAEV A.A., MAMEDOV K.M. (1969), K voprosu rascheta opor morskikh neftepromyslovykh sooruzhenij (en russe : *À propos du calcul des appuis d'ouvrages marins de l'industrie du pétrole*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, **6/1969**, Moscou, pp. 2-5.
- OGRANOVICH A.B., GORBUNOV-POSADOV M.I. (1966), Raschet fundamentnoj stenki na gorizontalnyu nagruzku s uchetom razryva sploshnosti osnovaniya (en russe : *Calcul des parois de fondations sous charge horizontale en tenant compte du développement de discontinuités dans le sol de fondation*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, **3/1966**, Moscou.
- PROKOFEV I.P. (1947), Davlenie sypuchego tela i raschet podpornykh stenok (en russe : *Pression d'un milieu pulvérulent et calcul des parois de soutènement*), Moscou, Strojizdat.
- PUZYREVSKIJ N.P. (1923), Raschety fundamentov (en russe : *Les calculs de fondations*), Leningrad, LIIPS, Travaux, **Vol. 1**.
- REESE L., MATLOCK H. (1956), *Non-dimensional solutions for laterally loaded piles with soil modulus assumed proportional to depth*, Proceedings, 8th Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering.
- RIFAAT J.R. (1935), *Die Spundwand als Erddruckproblem*. Mitteilungen, Institut für Baustatik, Zürich.
- SAPOZHNIKOV A.I., SOLGALOV Yu.V. (1980), Raschet svaj na gorizontalnyu nagruzku v nelinejno-deformiruemom osnovanii (en russe : *Calcul des pieux sous charge horizontale dans un milieu à déformations linéaires*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov, **4/1980**, Moscou.
- SHAKHIREV V.B. (1965), K voprosu o rabote svai na gorizontalnyu nagruzku (en russe : *À propos du travail des pieux sous charge horizontale*), Travaux du BashNIISTroj, **IV/1965**, Moscou, Strojizdat, pp. 109-119.
- SHAKHIREV V.B. (1971), Naturnye ispytaniya svaj na sovместnoe dejstvie vertikalnykh i gorizontalnykh nagruzok (en russe : *Essais en vraie grandeur de pieux soumis à l'action simultanée de charges verticales et horizontales*), Travaux de l'Institut NIIPromstroj, **X/1971**, Strojizdat, pp. 57-68.
- SHAKHIREV V.B. (1986), Raschet piramidalnykh svaj na sovместnoe dejstvie vertikalnoj i gorizontalnoj nagruzok (en russe : *Calcul des pieux de forme pyramidale soumise à des charges simultanées verticale et horizontale*), Résumés des communications à la 4e Conférence des Pays Baltes « Geotekhnika-VI », Tallinn.
- SHAKHIREV V.B. (1987), Novyj metod rascheta korotkykh zhestkikh svaj na gorizontalnyu nagruzku (en russe : *Nouvelle méthode de calcul des pieux rigides courts sous charge horizontale*), Stroitelstvo i Arkhitektura (Revue Construction et Architecture), **1/1987**, Minsk.
- SHAKHIREV V.B., EJJAOUANI H. (1995), Étude expérimentale des pieux rigides courts soumis à des charges horizontales, *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, **196**, mars-avril, pp. 27-42.
- SHAKHIREV V.B., ZIYAZOV Ya.Sh. (1971), Eksperimentalnye issledovaniya soprotivlyaemosti odinoknykh svaj, podverzhennykh sovместnomu dejstviyu vertikalnykh i gorizontalnykh nagruzok (en russe : *Études expérimentales de la résistance des pieux isolés soumis à l'action simultanée de charges verticales et horizontales*), Journal Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov (Sols et fondations), Travaux de la 3e conférence nationale, Kiev.
- SHAKHIREV V.B., ZIYAZOV Ya.Sh. (1972), K raschetu zhestkikh svaj na sovместnoe dejstvie vertikal-

nykh i gorizentalnykh nagruzok (en russe : *À propos du calcul des pieux rigides soumis à l'action simultanée de charges verticales et horizontales*), Travaux de l'Institut NIIPromstroj, **XI/1972**, Strojizdat.

SHAKHIREV V.B., ZIYAZOV Ya.Sh., SPELYANIDI T.I. (1974), K raschetu szhato-izognutykh svaj, zaglubennykh v mnogoslojnoe osnovanie (en russe : *À propos du calcul des pieux comprimés fléchis dans un sol multicouche*), Travaux du NIIPromstroj, **XII/1974**, Moscou, Strojizdat.

SHUKHOV V.G. (1902), Po povodu uravneniya $EI \frac{d^4y}{dx^4} = -Ky$ (en russe : *À propos de l'équation...*), Bulletin de la Société polytechnique de Moscou [Bulletin Moskovskogo Polytekhnicheskogo Obshchestva], **8/1902**.

SIMVULIDI I.A. (1958), Raschet balok na sploshnom uprugom osnovanii (en russe : *Calcul des poutres sur appui élastique continu*), Izdatelstvo Sovetskaya Nauka.

SIMVULIDI I.A. (1965), Raschet nerazreznoj balki, lezhashchej na uprugom osnovanii (en russe : *Calcul d'une poutre continue reposant sur un massif élastique*), Izvestiya VUZ'ov « Stroitelstvo i Arkhitektura », **4/1965**.

SIMVULIDI I.A. (1973), Raschet inzhenernykh konstruksij na uprugom osnovanii (en russe : *Calcul des structures sur appui élastique*), Izdatelstvo Vysshaya Shkola, Moscou.

SKEMPTON A.M. (1951), *The bearing capacity of clay*. Proceedings, British Building Research Congress, London, **Vol. 1**, pp. 180-189.

SNITKO N.K., SNITKO A.N. (1966), Raschet zhestkikh i gibkikh opor, zashchemlennykh v grunt pri odnovremennom dejstvii gorizentalnykh i vertikalnykh sil (en

russe : *Calcul des appuis rigides et souples encastres dans le sol et soumis à l'action simultanée de forces horizontales et verticales*), Journal Osnovaniya, fundamenti i mekhanika gruntov, **13/1966**, Moscou.

SOLOVEV I.V., KURNOSOV A.I., BARONOV E.I. (1974), O raschete svaj na gorizentalnuyu nagruzku (en russe : *Sur le calcul des pieux sous charge horizontale*), Journal Osnovaniya, fundamenti i mekhanika gruntov, **5/1974**, Moscou, pp. 14-16.

TERZAGHI K. (1951), *Mécanique théorique des sols* (traduit de l'anglais), Dunod, Paris.

TITZE E. (1952), *Widerstand des Pfahles gegen waagrechte Kraft*, Dissertation, Techn. Univ. Wien.

URBAN I.V. (1937), Raschet tonkikh stenok s uchetom uprugikh svojstv grunta i stenok (en russe : *Calcul des parois minces en tenant compte des propriétés élastiques du sol et des parois*), Travaux de l'Institut MEhMIIT, **Vol. 59**.

URBAN I.V. (1939), K voprosu o raschete svaj na gorizentalnuyu nagruzku (en russe : *À propos du calcul des pieux sous charge horizontale*), Bulletin de l'Institut Soyuztransproekt, **5-6**.

URBAN I.V. (1949), Raschet svaj na gorizentalnuyu nagruzku s uchetom ee gibkosti (en russe : *Calcul des pieux sous charge horizontale en tenant compte de leur flexibilité*), Travaux de l'Institut MEhMIIT, **Vol. 69**.

ZAVRIEV K.S., SHPIRO G.S. (1970), Raschety fundamentov mostovykh opor glubokogo zalozheniya (en russe : *Calculs de fondations profondes d'appuis de ponts*), Moscou, Transport.

ZHEMOCHKIN B.N. (1948), Raschet uprugoj zadelki sterzhnya v uprugom poluprostranstve (en russe : *Calcul de l'encastrement élastique d'une barre dans un demi-espace élastique*), Moscou, Strojizdat.

ABSTRACT

The design of short rigid piles subjected to horizontal forces

V. SHAKHIREV, J.-P. MAGNAN, H.EJJAOUNI, O. CHAMAOU EL FIGHRI

Since the beginning of the twentieth century computing the performance of piles which are subjected to lateral loads has been tackled by a large number of studies. This paper reviews these calculation methods, which are divided into three groups: methods which are based on the analysis of the soil pressure limit equilibrium, methods using the theory of elasticity and methods based on theories of local deformation (the Winkler model and its derivatives). An analysis method for the coefficient of reaction is then described and tested using a set of pile tests. This method is based on a relationship which gives variations in the coefficient of reaction according to depth and according to the amplitude of the displacement of the pile in the soil. Values for the coefficient of reaction are then proposed for driven piles and bored piles in various kinds of soil- silty clays and clays, sandy clays and sands with various particle size distributions.