

Nouvelles expériences sur le
frottement, faites à Metz en
1831 / par Arthur Morin,...

Morin, Arthur (1795-1880). Auteur du texte. Nouvelles expériences sur le frottement, faites à Metz en 1831 / par Arthur Morin,.... 1832.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

- La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

- La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

[CLIQUER ICI POUR ACCÉDER AUX TARIFS ET À LA LICENCE](#)

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

- des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

- des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter utilisationcommerciale@bnf.fr.

98

V.
1697
3+6

V 1697
3 + Q.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

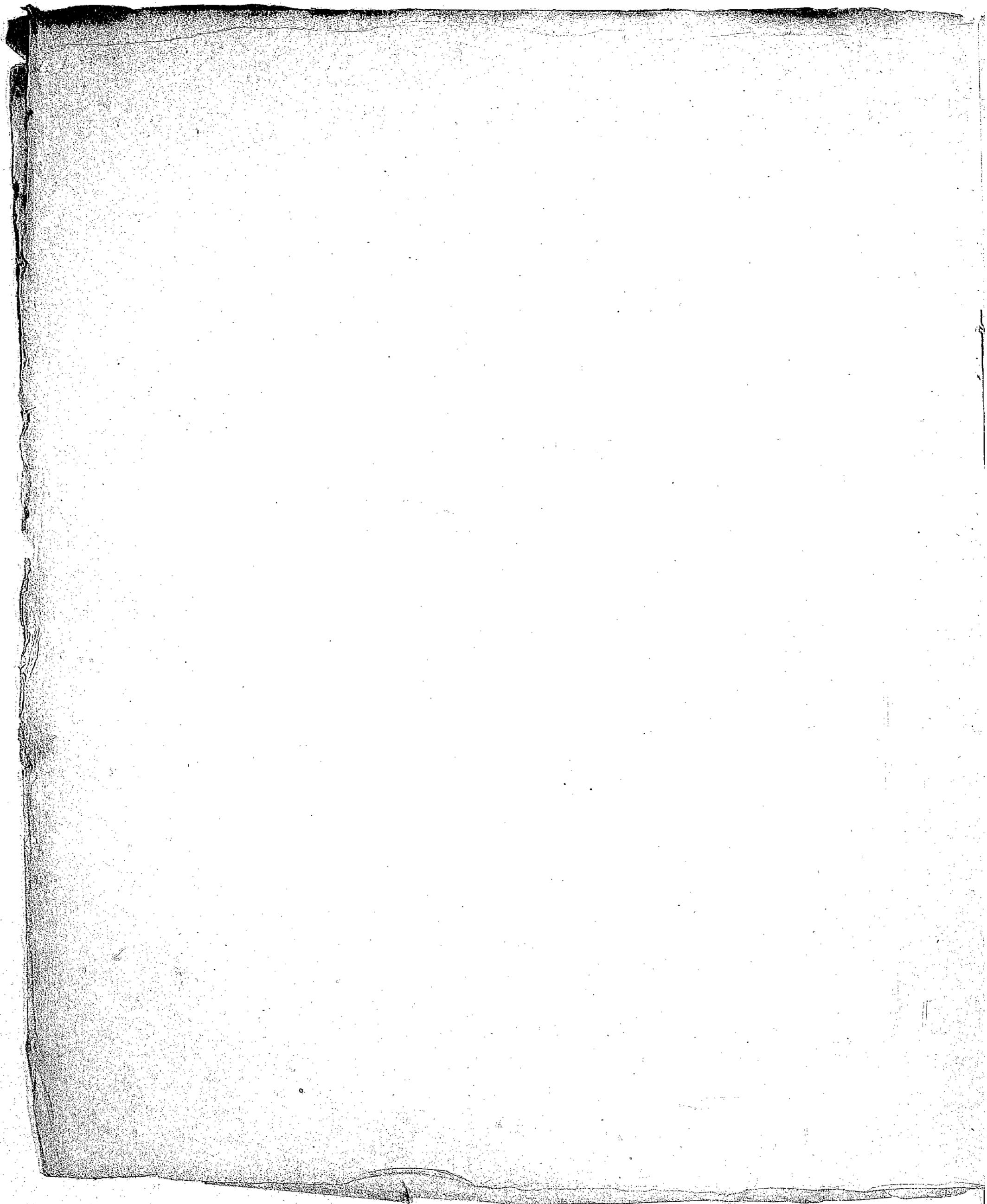
SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1834.

V 1697
3 + Q

9850



**NOUVELLES
EXPÉRIENCES**

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831;

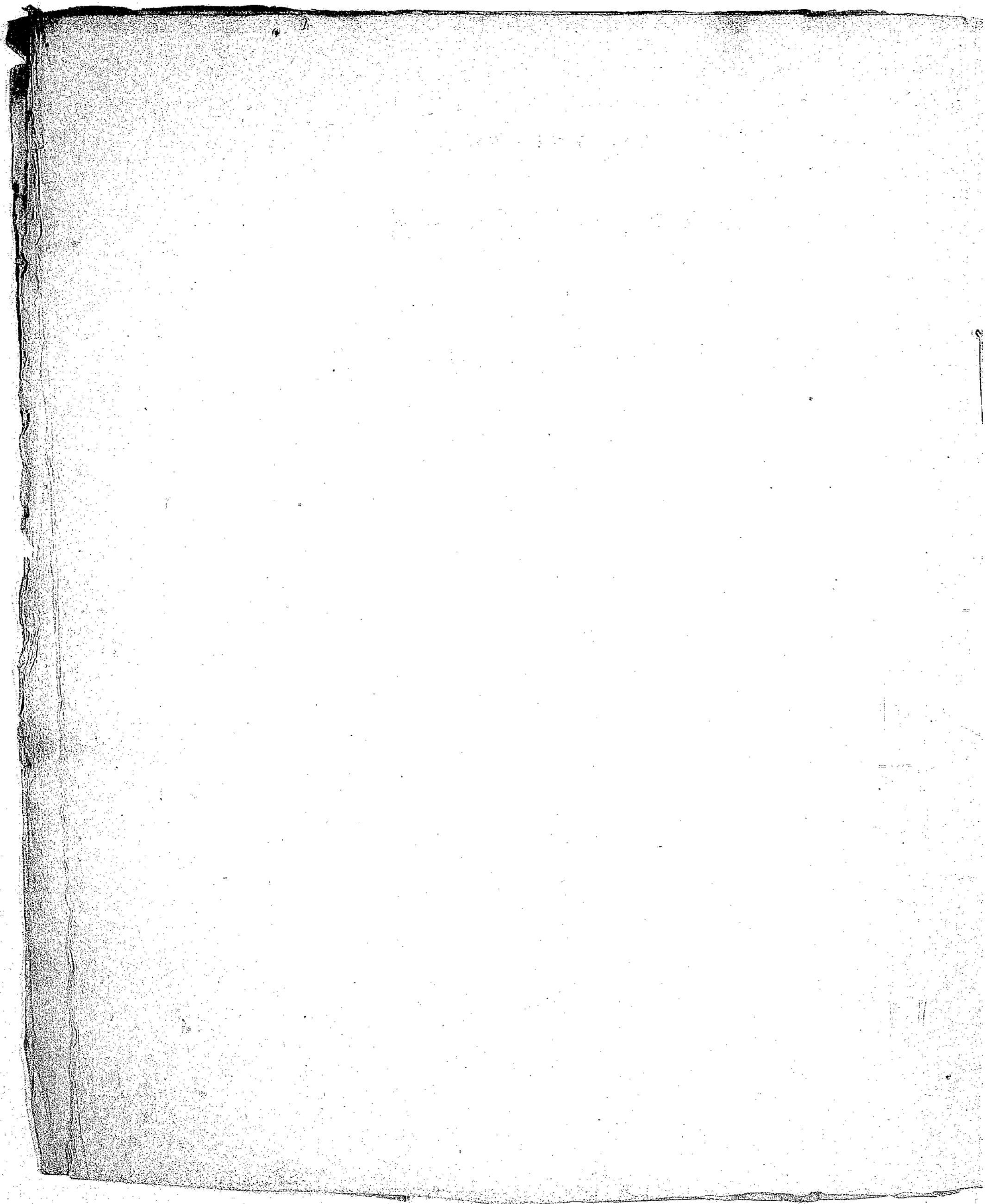
PAR ARTHUR MORIN,
CAPITAINE D'ARTILLERIE.



PARIS,
DE L'IMPRIMERIE DE BACHELIER,

RUE DU JARDINET, N° 12.

1832



INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

RAPPORT

Sur un Mémoire concernant de nouvelles Expériences sur le Frottement, présenté à l'Académie des Sciences, le 12 décembre 1831, par M. MORIN, Capitaine d'artillerie.

Commissaires, MM. POISSON, ARAGO et NAVIER.

LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE

Certifie que ce qui suit est extrait du procès-verbal de la séance du lundi 26 mars 1832.

L'Académie a entendu avec beaucoup d'intérêt la lecture qui lui a été faite par M. MORIN, du précis des résultats qu'il a obtenus. Ces recherches nouvelles ont un objet fort important pour la physique et pour les arts mécaniques, et les procédés qui ont été employés par l'auteur sont très remarquables, et semblent propres à donner aux expériences de ce genre une exactitude et une précision supérieures.

Les résistances provenant des frottemens sont une des causes principales des pertes de force qu'il n'est pas possible d'éviter

dans l'usage des machines. Il paraît que les premiers essais faits pour en apprécier l'influence sont dus à AMONTONS, dont l'écrit est inséré dans les Mémoires de l'ancienne Académie des Sciences pour l'année 1699. D'après les conclusions de cet habile physicien, la résistance du frottement est indépendante de l'étendue des surfaces en contact, ce qui a été confirmé depuis : de plus, cette résistance est à peu près la même pour diverses substances, telles que le bois, le fer, le cuivre, le plomb, etc., quand les surfaces sont enduites de vieux-oing; et sa valeur est environ le tiers de la pression exercée par l'un des corps sur l'autre.

Ces résultats ont servi long-temps de guide aux mécaniciens. Mais COULOMB ayant donné, à l'occasion d'un prix proposé par l'Académie des Sciences en 1781, un travail très étendu contenant des expériences nombreuses et variées, soit pour l'appréciation des frottemens, soit pour celle de la raideur des cordes, les règles nouvelles qui en ont été déduites ont été généralement admises.

Le travail dont il s'agit, publié en 1785 dans le tome X des *Savans étrangers*, a reçu du nom si justement célèbre de son auteur, une grande autorité; et néanmoins, si l'on doit s'en rapporter aux observations présentées par M. MORIN, une partie des résultats qu'il contient devrait être entièrement rejetée.

Les procédés d'observation employés par COULOMB consistaient à faire glisser horizontalement l'un des corps sur l'autre, au moyen d'un poids suspendu à une corde, passant sur une poulie. La vitesse du mouvement était appréciée d'après les temps employés par le corps glissant, à parcourir les deux moitiés d'un espace de six pieds de longueur, et souvent même de quatre pieds de longueur seulement.

Les résultats présentent d'assez grandes inégalités, et ne sont pas assez nombreux en général; dans chaque série d'expériences, pour donner aux conclusions une entière certitude.

Tels qu'ils sont, ils ont mis toutefois l'auteur à même d'énoncer les lois générales du phénomène, qui consistent surtout en ce

que la résistance due au frottement des corps solides est proportionnelle à la pression exercée par l'un des corps contre l'autre, et indépendante de l'étendue des surfaces en contact et de la vitesse du mouvement. Il paraît même, d'après les nouvelles observations, que ces lois sont plus généralement exactes et moins sujettes à quelques exceptions, que COULOMB lui-même ne l'avait pensé.

Ce physicien paraît être le premier qui ait reconnu la nécessité de distinguer dans l'évaluation du frottement le cas d'un mouvement continu et celui où les deux surfaces qui avaient été en contact pendant quelque temps, se séparent et commencent à glisser l'une sur l'autre. Mais les évaluations numériques de l'intensité du frottement qui sont données dans son Mémoire, pour les deux cas dont il s'agit, ne sont nullement confirmées par les résultats obtenus par M. MORIN.

On trouve dans le volume des *Transactions philosophiques* de la Société royale de Londres, pour l'année 1785, des recherches expérimentales du docteur VINCE, dont les résultats ne s'accordent pas entièrement avec ceux de COULOMB. Ces expériences étant faites fort en petit, ne paraissent pas de nature à fixer les idées sur cette matière. Nous en dirons autant à l'égard des expériences plus récentes données par M. GEORGES RENNIE, dans le volume de la même collection, pour l'année 1829. Les moyens d'observation étaient à peu près semblables à ceux que COULOMB avait employés. Les résultats généraux sont aussi à peu près les mêmes, aussi bien que les principales évaluations numériques. On remarque parmi ces dernières la mesure du frottement des patins d'acier glissant sur la glace, pour laquelle l'auteur a trouvé divers résultats compris entre la 24^e et la 70^e partie de la pression. Cette résistance serait bien inférieure à toutes celles qui ont été observées, même dans le cas des métaux les plus durs et les mieux polis.

À l'égard des observations faites par M. MORIN, dont les résultats sont exposés dans le Mémoire présenté le 12 décembre 1831, et dans une note additionnelle déposée le 6 février dernier, elles se

distinguent par diverses circonstances d'après lesquelles elles paraissent devoir donner des évaluations plus exactes et plus assurées que toutes celles qui avaient été présentées jusqu'ici.

1°. On a fait parcourir au traîneau un espace beaucoup plus grand (près de 4 mètres), ce qui a permis de reconnaître avec plus de certitude la nature du mouvement imprimé.

2°. L'effort exercé sur le traîneau, par lequel le frottement était surmonté, pouvait être évalué d'après la connaissance du poids descendant, en ayant convenablement égard à la résistance provenant du frottement et de l'inertie de la poulie de renvoi et de la raideur de la corde. L'auteur a fait effectivement avec beaucoup de soin cette évaluation, en déterminant les résistances dont nous venons de parler par des observations spéciales. Mais de plus, toutes les valeurs successives par lesquelles l'effort exercé sur le traîneau a passé, pendant la durée de chaque expérience, ont été observées directement au moyen d'un appareil ingénieux, dont l'idée a été donnée à l'auteur par M. PONCELET, officier du génie militaire, et professeur à l'École d'application de l'Artillerie et du Génie. Cet appareil consiste dans un ressort par lequel l'effort dont il s'agit est transmis, et qui porte un style mobile dont la position varie suivant la tension de ce ressort. Pendant que le ressort est en jeu, un disque emporté comme lui par le mouvement de translation du traîneau, et mu circulairement par l'effet de ce mouvement même, reçoit la trace du style, et conserve ainsi une empreinte fidèle de toutes les variations qui peuvent survenir dans la tension de la corde par laquelle le traîneau est constamment sollicité. Ces deux procédés, tout-à-fait distincts, se sont exactement accordés pour donner les mêmes évaluations de la tension dont il s'agit.

3°. La nature du mouvement imprimé au traîneau a été observée avec une exactitude non moins grande, par un moyen analogue au précédent. Ce dernier procédé consiste dans l'emploi d'un appareil d'horlogerie placé dans une position fixe, et qui imprime à un style un mouvement régulier, par lequel il décrit, avec une

vitesse constante et vérifiée à chaque expérience, un cercle de 0^m,14 de diamètre. Un disque est fixé sur l'axe de la poulie de renvoi à laquelle la descente du poids moteur imprime un mouvement de rotation qui est toujours dans une relation déterminée avec le mouvement de translation du traîneau : une feuille de papier placée sur ce disque reçoit l'empreinte du style. La courbe tracée affecte diverses figures, dont la nature est déterminée par la combinaison du mouvement propre et régulier du style, et du mouvement, quelquefois uniforme et plus souvent variable, imprimé au traîneau et à la poulie par le poids moteur et les résistances qu'il doit surmonter. La réussite de ces procédés délicats a exigé beaucoup d'études et de soins. L'auteur forme ses styles avec un pinceau délié, imprégné d'encre de la Chine. Le tracé des courbes obtenues dans les expériences, dont un grand nombre ont été mises sous les yeux de l'Académie, présente une finesse et une régularité extrêmes, et ne laisse évidemment aucune incertitude sur l'appréciation des résultats qu'elles sont destinées à faire connaître.

Les frottemens étudiés jusqu'à présent par M. MORIN, sont ceux des bois secs ou mouillés d'eau, glissant les uns sur les autres ; du fer, du cuivre, du cuir et des cordages glissant à sec ou mouillés sur le bois de chêne. Les élémens des observations ont varié dans des limites plus étendues que cela n'avait eu lieu dans les expériences de COULOMB. Les vitesses ayant été au-delà de 3^m par seconde, l'étendue des surfaces en contact jusqu'à 30 décimètres carrés, et les pressions jusqu'à plus de 1100^k. Dans toutes les expériences, les mouvemens observés ont été rigoureusement uniformes, ou uniformément accélérés, ou uniformément retardés, ce qui indique évidemment que la résistance due au frottement est constante et indépendante de l'intensité de la vitesse. De plus, cette résistance a été trouvée également indépendante de l'étendue des surfaces en contact, et exactement proportionnelle à la pression.

Les lois générales annoncées par COULOMB se trouvent ainsi confirmées, et, comme on l'a dit ci-dessus, les résultats des expériences, au moins pour les circonstances dans lesquelles les obser-

ventions ont été faites, c'est-à-dire pour les cas où les corps sont secs ou mouillés d'eau, et où on n'emploie point d'enduits gras, donnent lieu de penser que les lois dont il s'agit doivent être regardées comme étant exactement conformes aux effets naturels, et non plus comme des règles approchées dont on pouvait faire usage dans les applications aux arts sans s'exposer à des erreurs dangereuses.

L'auteur a reconnu, aussi bien que COULOMB, la nécessité de distinguer l'effort instantané nécessaire pour séparer deux surfaces qui ont été pendant quelque temps en contact, et l'effort continu qui s'exerce pendant le glissement. Le premier de ces deux efforts est généralement plus grand que le second. Il paraît d'ailleurs que sa valeur ne présente pas la même constance et la même régularité, qu'elle varie d'après quelques circonstances accidentelles, et qu'elle ne peut être fixée avec le même degré de précision. De plus, M. MORIN a observé un fait remarquable, qui consiste en ce que toutes les fois que le traîneau en repos est sollicité par un effort assez grand pour surmonter le frottement qui aurait lieu dans un mouvement continu, mais trop petit pour causer la première séparation des surfaces en contact, un léger ébranlement donné à l'appareil suffit pour déterminer le départ du corps glissant. Il résulte de cette remarque que lorsqu'il s'agit d'apprécier les efforts qui doivent maintenir dans un état d'équilibre une construction exposée à quelques secousses, il ne conviendrait pas, en général, d'attribuer à la résistance due au frottement une intensité plus grande que celle qui se manifeste dans le cas d'un mouvement continu.

A l'égard des valeurs absolues trouvées dans les expériences pour le rapport du frottement à la pression, elles s'écartent beaucoup des résultats qui ont été donnés par COULOMB, et conduisent à attribuer à la résistance dont il s'agit une intensité bien plus grande. Ainsi, d'après M. MORIN, le frottement des bois glissant à sec sur les bois, ou du fer glissant sur le bois de chêne, présente, dans le cas d'un mouvement continu, des valeurs comprises entre les $\frac{32}{100}$

et les $\frac{6^2}{100}$ de la pression; tandis que, d'après COULOMB, le même frottement présente des valeurs comprises entre les $\frac{7}{100}$ et les $\frac{17}{100}$ de la pression. Les différences de ces résultats ne peuvent évidemment être attribuées à des erreurs dans les observations : il faut nécessairement admettre que les deux observateurs n'ont pas opéré dans des circonstances semblables.

M. MORIN remarque que dans le frottement des bois sur les bois ou des métaux sur les bois, quand il n'existe aucun enduit gras, un glissement répété ne polit pas les surfaces; au contraire les surfaces s'usent réciproquement, et cette altération se manifeste par la formation de grains qu'il faut enlever de temps en temps pour que la nature des résultats ne soit pas changée. Il n'en est plus de même lorsque les surfaces des corps glissants ont été imprégnées, même légèrement, de corps gras, et l'intensité du frottement en est considérablement diminuée. L'auteur croit pouvoir expliquer par cette remarque le peu d'accord qui se trouve entre les résultats qu'il a obtenus et ceux qu'avait donnés COULOMB. Il suppose que dans les expériences qui sont présentées par ce célèbre physicien comme étant faites avec des bois ou des métaux glissant à sec les uns sur les autres, on a pu employer des corps qui avaient été enduits de graisse dans des expériences antérieures, et que l'on s'était contenté d'essuyer, tandis qu'il aurait fallu renouveler entièrement les surfaces. Nous nous abstiendrons de porter sur ce sujet un jugement pour lequel il serait nécessaire que nous eussions fait nous-mêmes des recherches spéciales auxquelles nous ne sommes point à portée de nous livrer.

Quelle que soit d'ailleurs l'explication qui sera donnée de la discordance dont il s'agit, le travail présenté par M. MORIN paraît mériter une grande confiance, soit par le nombre et l'étendue des observations, soit par l'accord des résultats, soit enfin par la nature des procédés nouveaux et remarquables qui ont été employés.

Il serait superflu d'insister ici sur l'importance des recherches de ce genre pour le progrès des sciences physiques, des arts, des constructions et de la mécanique proprement dite, aussi bien que

(xij)

sur l'utilité véritable des soins et des dépenses que ces recherches exigent, et qui ont été faites sur les fonds publics par les ordres du ministre de la guerre. Nous pensons que l'Académie doit accorder son approbation au travail présenté par M. MORIN, en ordonner l'insertion dans le Recueil des Savans étrangers, et l'encourager par son suffrage à continuer ses recherches et à leur donner toute l'étendue qu'il lui sera possible.

Signé à la minute, POISSON, ARAGO, NAVIER rapporteur.

Les conclusions de ce rapport sont adoptées par l'Académie.

Certifié conforme :

LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL,
*Pair de France, Conseiller d'État, Grand-Officier
de l'ordre royal de la Légion-d'Honneur,*

B^{ON} CUVIER.

TABLE DES MATIÈRES

DES

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT,

Faites à Metz en 1831, par ARTHUR MORIN.

	Pages.
AVANT-PROPOS.....	1
Description de l'appareil adopté pour les expériences ; mode d'observation.....	7
Tableau et courbe à coordonnées rectangulaires, repré- sentant la loi du mouvement.....	28
Frottement du chêne en mouvement sur le chêne, sans enduit. Fibres parallèles.....	<i>ibid.</i>
Exposition des formules employées dans les calculs, et des expériences préparatoires.....	32
Formules et expériences pour déterminer le frottement de l'axe de la poulie.....	<i>ibid.</i>
TABLEAU I. Expériences sur le frottement de l'axe en fer de la poulie sur des coussinets en sorbier.....	39
TABLEAU II. Expériences sur la raideur de la corde tressée employée dans les expériences sur le frottement.	41
TABLEAU III. Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne, sans enduit.....	58 - 59
Comparaison des résultats obtenus par Coulomb, avec ceux des nouvelles expériences.....	62
Examen de quelques circonstances particulières du frotte- ment du chêne sur le chêne. Altération du poli des sur- faces glissant à sec les unes sur les autres.....	64
Comparaison des résultats de l'expérience avec ceux du calcul, par un cas où le mouvement devient uniforme..	70
Examen détaillé de la courbe du mouvement de la seizième expérience du Tableau III. (Fig. 1).....	72
Relèvement détaillé de la courbe du mouvement dans la seizième expérience du Tableau III.....	73

	Pages.
Examen des expériences dans lesquelles le mouvement du traîneau est retardé.....	75
TABLEAU IV. Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne, sans enduit, et dans lesquelles le mouvement a été retardé ou même arrêté.	77
TABLEAU V. Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.....	78
TABLEAU VI. Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne, sans enduit.....	82 - 83
Observations et conclusions relatives à ces expériences...	<i>ibid.</i>
TABLEAU VII. Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.....	84
TABLEAU VIII. Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit.....	86 - 87
TABLEAU IX. Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.....	89
Influence d'un léger ébranlement sur la séparation des corps en contact depuis quelque temps.....	<i>ibid.</i>
TABLEAU X. Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.....	92
TABLEAU XI. Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit.....	93
TABLEAU XII. Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.....	94
TABLEAU XIII. Frottement du frêne en mouvement sur le chêne, sans enduit.....	95
TABLEAU XIV. Frottement du frêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.....	<i>ibid.</i>
TABLEAU XV. Frottement du sapin en mouvement sur le chêne, sans enduit.....	96

TABLE DES MATIÈRES.

xv

	Pages.
TABLEAU XVI. Frottement du sapin sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit	97
TABLEAU XVII. Frottement du hêtre en mouvement sur le chêne, sans enduit	<i>ibid.</i>
TABLEAU XVIII. Frottement du hêtre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact	98
TABLEAU XIX. Frottement du poirier sauvage en mouvement sur le chêne, sans enduit	<i>ibid.</i>
TABLEAU XX. Frottement du poirier sauvage sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact	<i>ibid.</i>
TABLEAU XXI. Frottement du sorbier en mouvement sur le chêne, sans enduit	99
TABLEAU XXII. Frottement du sorbier sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact	<i>ibid.</i>
TABLEAU XXIII. Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur le chêne, sans enduit	102-103
TABLEAU XXIV. Expériences sur le frottement du cuivre jaune en mouvement sur le chêne, sans enduit	105
TABLEAU XXV. Frottement du cuir corroyé, en mouvement sur le chêne, sans enduit	106
TABLEAU XXVI. Frottement du cuir noir corroyé, sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact	107
TABLEAU XXVII. Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, en mouvement sur le chêne	<i>ibid.</i>
TABLEAU XXVIII. Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact	108

	Pages.
TABLEAU XXIX. Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ, en mouvement sur du chêne mouillé.....	109
TABLEAU XXX. Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.....	<i>ibid.</i>
TABLEAU XXXI. Frottement du chêne complètement mouillé, en mouvement sur le chêne mouillé d'eau.	110
TABLEAU XXXII. Frottement du chêne complètement mouillé, sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.....	<i>ibid.</i>
TABLEAU XXXIII. Frottement du chanvre en mouvement sur le chêne, sans enduit.....	111
TABLEAU XXXIV. Frottement du chanvre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.....	112
TABLEAU XXXV. Frottement des surfaces planes, lorsqu'elles ont été quelque temps en contact.....	113
TABLEAU XXXVI. Frottement des surfaces planes en mouvement les unes sur les autres.....	114

NOTES.

NOTE PREMIÈRE. Sur l'influence que la latte directrice du traîneau peut exercer sur sa marche.....	115
NOTE II. Détermination des dimensions du ressort, et vérification de ses flexions.....	116
NOTE III. Influence de la résistance de l'air dans les expériences..	121
NOTE IV. Sur l'influence que le plateau du ressort peut exercer sur la marche du traîneau.....	123
Légende explicative des Planches.....	125

FIN DE LA TABLE.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

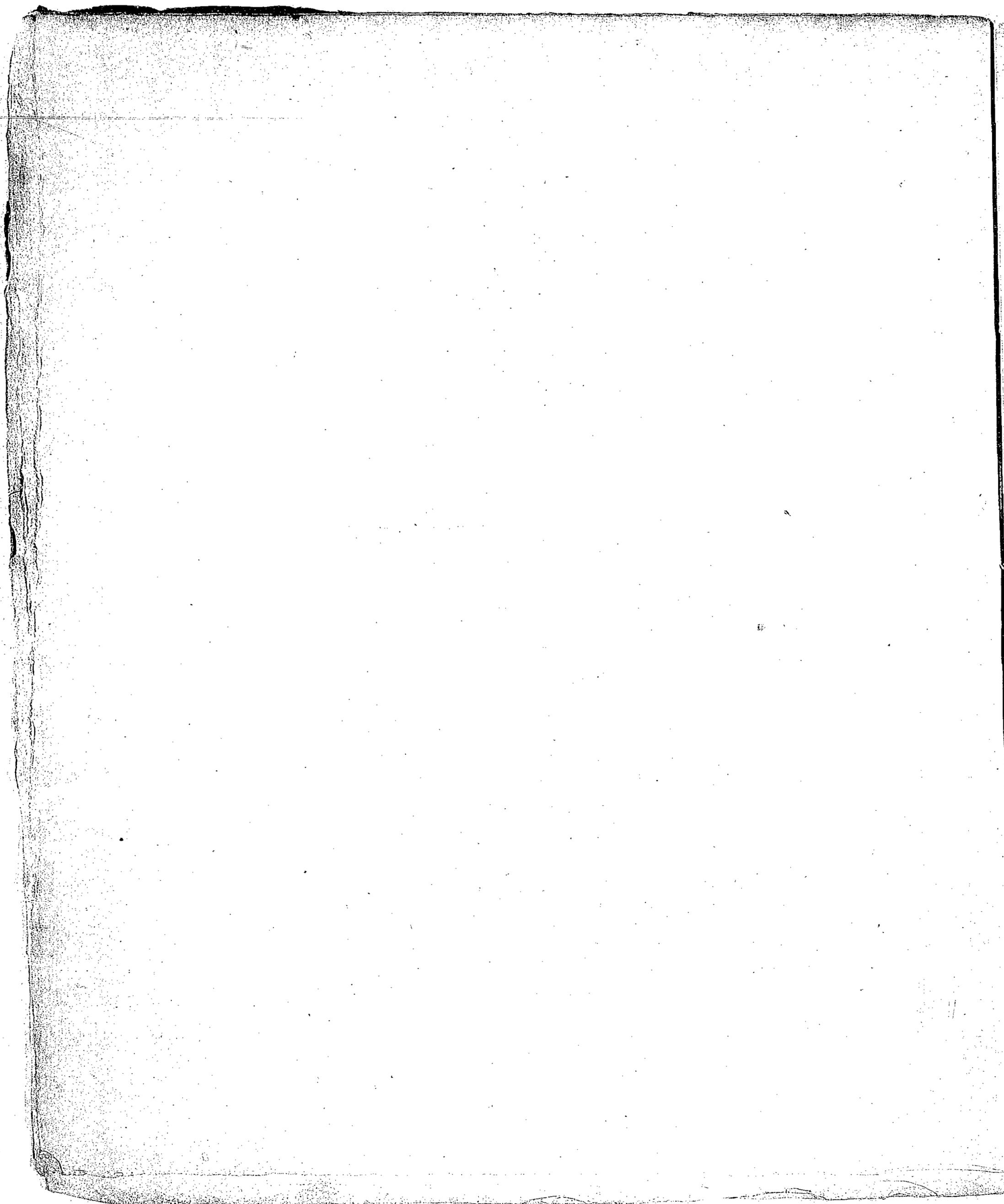
SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1834.

4. *Savans étrangers.*

1



NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831;

PAR ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie.

Les expériences dont je me propose, dans ce Mémoire, de présenter la description et quelques résultats, ont été projetées dès la fin de 1829, sur l'invitation de M. le colonel Nacquart, alors commandant en second l'École d'Application; et dès cette époque je commençai à m'occuper de la disposition de l'appareil à employer, et de la recherche d'un local convenable. Après m'être arrêté aux moyens d'observation qui seront décrits plus loin, et avoir obtenu de la Direction d'Artillerie l'autorisation de disposer de la Halle des fontes de l'ancienne fonderie, je fis commencer au printemps de 1830 la construction de toutes les parties de l'appareil; mais la multiplicité des travaux que les ateliers de l'École ont à exécuter apporta

à leur achèvement des retards, qui, joints à ceux que j'éprouvai de la part de l'horloger chargé d'exécuter l'instrument destiné à la mesure des temps, ne me permirent de faire aucune expérience dans le courant de cette année. Ce ne fut qu'au mois de mai 1831 que je pus entreprendre les premiers essais, qui furent suivis sans interruption jusqu'au milieu de septembre, époque à laquelle les fonds qui avaient été alloués cette année se sont trouvés entièrement dépensés.

Le but principal que je me proposais était de compléter les expériences déjà connues sur le frottement de glissement, en les étendant aux divers corps employés dans les machines de l'Artillerie et de l'Industrie; de rechercher les lois et la valeur du frottement de roulement, et occasionnellement de vérifier les lois et les résultats annoncés par Coulomb dans son *Mémoire sur la Théorie des Machines simples*. Cette vérification était d'autant plus nécessaire, que depuis quelque temps plusieurs physiciens et artistes habiles ont élevé des doutes sur l'exactitude des lois établies par ce célèbre ingénieur.

Il faut convenir, en effet, que les moyens d'observation employés par Coulomb n'étaient pas propres à lui fournir des données bien exactes pour la détermination des lois du mouvement des corps glissant les uns sur les autres, et que les résultats immédiats qu'il a rapportés dans son *Mémoire*, et d'où il a conclu les lois du frottement, ne sont pas assez d'accord entre eux pour inspirer une entière confiance. De plus, Coulomb, opérant dans un arsenal de la Marine, a borné ses recherches aux cas qui intéressent

ce service, et il existe dans son travail plusieurs lacunes que les Arts mécaniques ont besoin de voir remplir.

Un physicien anglais, M. Georges Rennie, a entrepris ce travail, et a publié dans les *Transactions philosophiques de la Société Royale de Londres*, pour 1829, le résultat de ses expériences, mais il y règne beaucoup d'incertitude sur divers points.

J'ai donc été conduit naturellement à refaire une partie des expériences de Coulomb; et adoptant à peu près le même ordre que lui, j'ai commencé par le frottement des surfaces glissant les unes sur les autres sans enduit. Les moyens d'observation que j'ai employés, et dont je dois l'idée première à M. le commandant Poncelet, ont, comme on le verra, l'avantage d'une assez grande précision; mais le relèvement des courbes qu'ils fournissent est long et minutieux, ce qui ne m'a pas permis d'étendre ces recherches à un aussi grand nombre de corps différens que je l'aurais voulu. Dans le cours de cette année j'ai soumis à l'expérience et fait glisser sur du chêne sec et sans enduit, dont les fibres étaient parallèles à la direction du mouvement, le chêne, l'ormé, le sapin, le frêne, le hêtre, le poirier sauvage, le sorbier, le chanvre en corde, en sangle et en tresse, le cuir de bœuf noir corroyé employé pour courroies de transmission, le cuir de bœuf tanné sec employé pour la garniture des pistons, le fer forgé, la fonte, le cuivre jaune; et pour la plupart de ces corps, j'ai fait varier la direction des fibres par rapport au sens du mouvement, l'étendue des surfaces, la pression et la vitesse.

J'offre dans ce Mémoire les résultats de ces expériences.

6 NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT.

de l'année 1831, et j'espère qu'ils paraîtront assez intéressans pour que le Ministre de la guerre veuille bien me mettre à même de continuer en 1832 ces recherches, qui ne sont encore qu'entreprises.

MÉMOIRE

SUR DE NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1834.

*Description de l'Appareil adopté pour les expériences;
mode d'observation.*

Emplacement et disposition générale.

1. M. le colonel Évain, directeur d'Artillerie à Metz, ayant bien voulu m'autoriser à disposer du local de l'ancienne fonderie, j'ai profité des avantages qu'offre cet emplacement pour y établir l'appareil dont je vais donner une description, que l'examen des dessins complétera.

Près des deux grands fourneaux à réverbère de la fonderie, la halle est pavée en dalles de pierre, assez exactement de niveau, et qui offrent un sol ferme et solide pour l'assiette du banc horizontal sur lequel on faisait marcher les pièces en expérience. Ce banc, dont la direction est perpendiculaire à l'un des côtés de la fosse, et parallèle à la face de coulée des fourneaux (Pl. 1 et Pl. 2, fig. 1), se compose de deux longs gîtes AA en chêne,

de $0^m,30$ d'équarrissage, parallèles entre eux, et distans d'axe en axe de $0^m,80$. Ils ont $7^m,90$ de longueur, dont $1^m,60$ environ au-delà du bord de la fosse. Sur le sol de la halle, les gîtes reposent par embreusement sur sept seuils en chêne, de $0^m,25$ de largeur sur $0^m,10$ de hauteur, espacés entre eux de $0^m,75$ environ; de sorte que, sous les plus fortes charges, ils ne peuvent prendre qu'une flexion insensible.

L'extrémité des gîtes, la plus éloignée de la fosse, dépasse de $1^m,40$ les marches qui communiquent de la halle des fontes à la moulerie en terre; et ils sont soutenus, dans toute cette longueur, par de fortes pièces de bois qui les empêchent de se courber sous les plus grandes pressions employées. Le sol de la moulerie étant un peu inférieur à celui de la halle, on a pu, vers cette extrémité du banc, disposer l'appareil destiné à déterminer le départ des pièces glissantes, et que je décrirai plus loin.

La partie des gîtes AA qui dépasse le bord de la fosse est assemblée par embreusement avec quatre poteaux en sapin B, qui descendent jusqu'au fond de la fosse à $5^m,30$ environ au-dessous du sol de la halle, et dont les pieds sont reçus dans un cadre en chêne qui leur sert de base. Ces poteaux s'élèvent et se prolongent de $1^m,80$ environ au-dessus du sol; vers le haut ils sont réunis par un système de moises boulonnées. A l'endroit où ils se croisent avec les gîtes, ils sont aussi liés à ces pièces par des boulons, de sorte que le système général de cette charpente offre une très grande solidité.

Sur la face supérieure des gîtes, mise de niveau dans le sens transversal et dans le sens longitudinal, sont fixées les pièces ou semelles CC, sur lesquelles on fait glisser les corps soumis à l'expérience. Ces semelles peuvent s'enlever et se remplacer à volonté. Dans les essais de

1831, elles ont été formées de deux pièces de chêne de 0^m,07 d'épaisseur et de 0^m,11 de largeur à la face supérieure, exactement parallèles entre elles, et fixées sur les gîtes par des vis à bois de 0^m,08. Après leur pose, on en a dressé les faces supérieures avec le plus grand soin, et on les a mises dans le même plan horizontal, à l'aide d'un niveau à bulle d'air.

Traîneau.

2. Un plateau en chêne DD, forme le corps du traîneau, sous lequel sont fixées, à l'aide de vis à bois, les bandes de frottement EE soumises à l'expérience. Une caisse en chêne, solidement construite, repose sur le plateau DD, et reçoit des boulets de 24, dont chacun a été pesé à part et porte écrit son poids réel, et non pas celui qui correspond au calibre. Un autre plateau, en chêne FF, est soutenu entre les quatre montans BB, à une hauteur convenable, au moyen de quatre taquets. Dans son milieu, il est percé d'une ouverture et reçoit deux supports en fonte GG, garnis de coussinets en sorbier, sur lesquels repose l'axe en fer d'une poulie H, en chêne.

Caisse descendante.

3. Sur cette poulie passe une corde I, fixée d'un bout au traîneau D, et supportant à l'autre la caisse descendante K, dans laquelle se place le poids moteur. Le dessous de la caisse K est élevé de 3 à 4 mètres au-dessus du fond de la fosse, selon la longueur qu'on laisse à la corde I.

On conçoit facilement à présent que la caisse descendante, étant suffisamment chargée, fait glisser le traîneau D. Lorsqu'elle arrive au fond de la fosse, elle tombe sur une

couche épaisse de copeaux qui amortit la violence du choc. Dès qu'elle y est parvenue, le traîneau D ne marche plus qu'en vertu de sa vitesse acquise; mais afin d'empêcher qu'il n'arrive jusqu'aux montans B et ne les heurte fortement, ce qui compromettrait la sûreté des appareils, on a fixé au sommet de ces montans deux pièces courbes en frêne L, destinées à faire fonction de ressorts et à recevoir le choc, qu'elles amortissent. De plus, en réglant convenablement la longueur de la corde, on est toujours maître de faire parvenir la caisse au fond de la fosse avant que le traîneau n'arrive aux ressorts, ce qui permet de diminuer à volonté l'effort qu'ils supportent. Il résulte de cette disposition que, même dans les grandes vitesses et avec de grandes masses en mouvement, l'appareil n'éprouve pas de secousses capables de le détraquer.

Moyens employés pour produire le départ.

4. L'effort nécessaire pour détacher deux corps en contact depuis un certain temps étant, pour quelques-uns, plus grand que celui qui suffit pour entretenir le mouvement une fois produit, j'ai dû chercher une disposition qui permît, dans une même expérience, de les observer tous les deux séparément; à cet effet, j'ai d'abord employé le moyen suivant.

Petite caisse. (Fig. 7.)

La caisse descendante K a été disposée de manière à pouvoir recevoir, sur ses deux extrémités, deux autres petites caisses M, qui y étaient simplement posées, et dont la longueur était telle, que dans la descente elles étaient nécessairement arrêtées par deux traverses N, fixées aux deux montans B d'un même côté. On voit qu'il

était alors facile de régler la hauteur de ces caisses *M* au-dessus des traverses, de manière à les arrêter à volonté, et que le mouvement du traîneau *D* n'était continué que par la charge constante de la caisse *K*. Au moyen de la vis qui traverse l'étrier *Q*, on pouvait, après avoir mis la corde *I* à la longueur convenable, faire varier la hauteur des caisses *M* au-dessus des traverses fixes *N*, d'une quantité suffisante pour imprimer au traîneau une vitesse notable.

Cette disposition a été employée dans les premières expériences sur le frottement du chêne sur le chêne; mais on n'a pas tardé à s'apercevoir qu'elle avait, dans certains cas, un inconvénient que je ferai sentir plus loin, et on lui a substitué la suivante.

Levier coudé.

Sous le traîneau, dans la direction de l'axe du banc et vers l'arrière, on a placé un taquet *a* (Pl. 2, fig. 1) solidement fixé et garni d'un talon en fer *b* (Pl. 3), terminé par une face verticale perpendiculaire à la direction du mouvement à imprimer au traîneau. Entre les gîtes *A* et près de leurs extrémités, on a fixé une traverse *g* portant deux coussinets en fer *h*, sur lesquels repose l'axe d'un levier coudé à angle droit *ced*. La branche *ce*, verticale ou à peu près dans la position du repos, est terminée par un arc de développante d'un cercle de 0^m,10 de rayon, et presse contre le talon *b*. La branche horizontale porte deux arcs de cercle, dont le centre est en *e*, et sur l'un ou l'autre desquels s'enveloppe un bout de sangle, fixé par une extrémité au sommet de l'arc, et portant à l'autre une petite caisse *f*, que l'on chargeait de poids. On voit qu'au moyen de cette disposition, et du rapport connu entre le rayon de l'arc employé et celui du cercle développé, on pouvait, à

l'aide de charges assez faibles placées dans la petite caisse *f*, exercer un grand effort sur le traîneau pour le détacher, et que, pendant la durée du contact de la courbe du petit levier avec le talon, le rapport des efforts restait constant. Le levier *ced* était arrêté dans sa descente par une traverse *i*; et en mesurant avant le départ sa hauteur au-dessus de cette traverse, on pouvait facilement calculer la portion de la course du traîneau, pendant laquelle le levier avait agi concurremment avec la caisse descendante *K*.

Plus tard enfin, l'expérience ayant montré que, pour déterminer le départ du traîneau, il n'était pas nécessaire d'exercer un effort supérieur au frottement pendant le mouvement, mais qu'un simple ébranlement suffisait pour l'occasioner, on a cessé, dans une partie des expériences, de faire usage du levier *ced*.

Moyen d'assurer la direction du traîneau pendant sa course.

5. Malgré le soin que l'on apportait à faire en sorte que la corde qui tire le traîneau agît dans le prolongement de son axe, il eût été impossible d'empêcher des déviations latérales assez grandes, pendant le mouvement, sans un appareil destiné à assurer sa direction. En effet, on pouvait bien diriger la corde dans le plan vertical de l'axe de figure du traîneau parallèle au mouvement; mais cela n'eût pas empêché que le centre de gravité ne se trouvât d'un côté ou de l'autre de ce plan: de plus, la manière de répartir la charge variable du traîneau, une légère erreur dans la pose des bandes frottantes, de petites différences dans l'intensité du frottement à divers endroits des semelles, suffisaient pour occasioner des déviations sensibles. Pour éviter cet inconvénient, qui altérerait l'étendue

des surfaces en contact, et qui d'ailleurs pouvait amener des accidens, j'ai adopté la disposition suivante.

A l'arrière du traîneau a été fixée une longue latte en sapin, fort légère, pesant $0^k,596$ le mètre courant, à laquelle on avait donné $0^m,018$ d'épaisseur, sur une largeur de $0^m,06$, afin qu'elle offrît une assez grande résistance à la flexion dans le sens horizontal (Pl. 1 et 2, fig. 1). A l'extrémité arrière des gîtes s'élèvent deux montans réunis par un chapeau, sous lequel sont trois rouleaux cylindriques, l'un horizontal, destiné à soutenir la latte, les deux autres verticaux, ayant pour objet de la maintenir latéralement. A $1^m,50$ et à 3 mètr. en arrière se trouvent deux autres systèmes analogues de rouleaux, dans le même but. Le milieu des rouleaux horizontaux est placé très exactement dans le prolongement de l'axe des gîtes et du banc. On conçoit facilement que cette latte, constamment maintenue pendant toute la course entre les rouleaux verticaux, devait contribuer à empêcher toute déviation sensible du traîneau.

Afin d'éviter que la pression latérale qu'elle pouvait exercer n'occasionât un frottement capable d'agir sensiblement en sens contraire du mouvement du traîneau, on a eu soin de donner à ces rouleaux un diamètre de $0^m,05$, et un petit axe en fer de $0^m,003$ de diamètre; l'expérience a montré qu'un très faible effort exercé directement à la main sur la latte, perpendiculairement à sa direction, suffisait pour empêcher le traîneau de dévier. Par conséquent, la pression sur ces rouleaux n'était jamais assez considérable pour qu'il en résultât une résistance capable d'influer d'une manière appréciable sur les résultats. C'est, du reste, ce que démontrent des expériences spéciales faites à ce sujet, et consignées dans la note première.

Outre l'avantage d'assurer la marche du traîneau, l'emploi de cette *queue* a offert celui de rendre sa charge à peu près constante pendant une même expérience. La corde que l'on a employée est une natte méplate tressée à seize brins; cette forme a été adoptée pour qu'elle eût, à force égale, plus de souplesse; elle pèse $0^k,30$ le mètre courant. On conçoit, d'après la disposition de l'appareil, que, dans toutes les expériences, cette corde doit être assez tendue pour qu'on puisse la regarder comme une ligne droite; la moitié du poids de la portion comprise entre la poulie et le traîneau s'ajoute donc à la charge de celui-ci. De même la moitié du poids de la portion de la queue comprise entre l'arrière du traîneau et le premier rouleau horizontal s'ajoute au poids du traîneau; et comme la longueur de corde diminue de la même quantité que la longueur de queue augmente, il se fait une sorte de compensation que j'ai d'abord cherché à rendre exacte, ce qui était facile; mais comme il en est résulté des dimensions trop faibles pour la queue, il a fallu se contenter d'une approximation suffisante. D'après les dimensions adoptées, l'augmentation de poids que le traîneau reçoit de la corde et de la queue est, au départ, de $0^k,977$ et à l'arrivée, après une course de 3 mètres passés, de $1^k,383$ d'où résulte une charge moyenne de $1^k,165$ différant en plus et en moins des extrêmes de $0^k,218$ au plus. Cette différence est assez petite pour que l'on ait pu admettre que le poids du traîneau est, dans toutes les expériences, augmenté par la corde et la queue d'une quantité constante égale à $1^k,165$.

Pour le cas où les semelles et les bandes de frottement auront une très petite largeur, on a disposé en avant du traîneau un système de rouleaux semblables pour guider

une autre queue directrice; mais on n'a pas été dans le cas de s'en servir cette année.

Dispositions pour remonter les caisses et ramener le traîneau.

6. Pour remonter la caisse descendante et ramener le traîneau en arrière quand on le pouvait, sans altérer sensiblement les surfaces frottantes, on a placé en arrière du banc un vindas et une paire de palans équipés à quatre brins (fig. 1, Pl. 1 et 2). Le palan fixe était amarré à la traverse antérieure du vindas, le palan mobile s'accrochait à la corde ou au traîneau, et le garant s'enroulait sur le treuil du vindas. Au moyen de cette disposition, deux hommes pouvaient facilement produire sur le traîneau un effort de 6 à 800 kil., pour le ramener, et remonter en même temps la caisse.

Mesure des tensions.

7. Tel est l'ensemble général de l'appareil employé aux expériences : passons maintenant à la description détaillée des moyens mis en usage pour mesurer l'effort exercé, pendant le mouvement, sur le traîneau par la corde I ou sa tension, et déterminer la relation des espaces parcourus au temps, ou la loi du mouvement. Pour y parvenir, j'ai mis à exécution une idée qui m'a été suggérée par M. Poncelet, et qui consiste à mesurer la tension de la corde avec un dynamomètre, combiné d'une part avec le mouvement propre du traîneau, et de l'autre avec un mouvement uniforme produit par un instrument particulier. Je vais décrire en détail la manière dont j'ai mis en œuvre cette pensée féconde et ingénieuse que M. Poncelet se proposait d'appliquer à la mesure du tirage des voitures, des quantités d'action livrées aux

pièces des machines, et à une foule d'autres recherches intéressantes.

Il ne suffisait pas d'interposer, entre le traîneau et la corde I, un ressort dont les flexions connues indiquassent la tension variable ou constante de cette corde : la difficulté de mesurer ces flexions, pendant le mouvement, exigeait qu'on obtînt une trace permanente de leurs variations. A cet effet j'ai composé le ressort de deux branches *aa* et *bb* (Pl. 3, fig. 1 et 2), dont les dimensions ont été déterminées par le calcul (*). La branche postérieure *bb*, ou la plus rapprochée du traîneau, est fixée à une patte *c* dont l'extrémité, en forme de mâle de charnière, s'engage dans celle d'une fourche *dd*, fixée au plateau DD du traîneau. Un boulon traverse ces deux pièces, et leur permet un mouvement latéral à frottement doux, pour faciliter le redressement des directions, dans le cas où celle de la corde ne serait pas exactement la même que celle de l'axe du traîneau. Les deux branches du ressort sont terminées par des oreilles percées de trous, qui reçoivent de petits boulons au moyen desquels deux brides transversales, l'une en-dessus, l'autre en-dessous, relient ces deux branches en leur conservant l'indépendance des petits mouvemens; ce qui contribue aussi au redressement des directions. Dans un premier essai de construction d'un ressort pareil, on avait cherché à réunir les deux branches à leurs extrémités par une charnière simple; mais les variations de dimensions produites par la trempe en ont fait voir la difficulté, et ont conduit à l'assemblage adopté.

La branche antérieure *aa* porte un anneau fixe, maintenu au milieu de sa longueur par deux vis de pression,

(*) Voyez la note 2^e à la suite de ce Mémoire.

et auquel s'accroche la corde I. A cet anneau, et entre les deux branches du ressort, est adapté un tuyau en cuivre, portant un noyau à vis, que l'on peut faire monter à volonté, et auquel se lie inférieurement une petite douille garnie d'un pinceau de 0^m,002 de diamètre, dont la pointe dépasse la douille de 0^m,006 environ.

Ce pinceau, convenablement alimenté d'encre de Chine, trace sur un plateau circulaire *ee* une courbe, dont les rayons vecteurs indiquent les flexions du ressort : voici comment ce plateau est disposé. Il est mobile autour d'un axe placé dans le prolongement de celui du boulon qui lie le ressort au traîneau. Cet axe, en fer, est terminé par deux pivots coniques très petits, qui s'engagent, l'un supérieurement dans le boulon, l'autre inférieurement dans une vis de support *f*, munie d'un contre-écrou *g*, qui l'empêche de se desserrer. Le plateau *ee* est en cuivre, parfaitement dressé au tour, et centré sur son axe; sa surface reçoit, pour chaque expérience, une feuille de papier collée sur les bords, et destinée à conserver la trace du pinceau. Sous le plateau, parallèlement et sur le même axe, est une poulie *h*, dont la gorge reçoit un fil très fin et très flexible *i*, qui, l'enveloppant d'un tour entier, se fixe par une de ses extrémités à l'arrière des gâtes en *i*, et dont l'autre bout *i'*, passant sur une petite poulie placée sur le plateau FF, est tendu par un poids léger, suffisant pour que le fil acquière une tension telle qu'il ne glisse pas dans la gorge. (Pl. 1, 2 et 3.)

D'après cette description et l'examen de la figure, on conçoit facilement que quand le traîneau est mis en mouvement, le plateau *ee* tourne en même temps que lui, et que la vitesse de la circonférence de la gorge est nécessairement la même que celle du traîneau; de sorte qu'il y a entre les espaces parcourus par le

traîneau et les angles décrits par le plateau un rapport constant, facile à trouver. D'une autre part, le pinceau dont le ressort est muni, trace sur le plateau une courbe circulaire ou ondulée dont les rayons vecteurs indiquent les flexions du ressort. Par conséquent, en relevant cette courbe, il est facile de trouver la loi qui lie les espaces parcourus par le traîneau, et les efforts auxquels il est soumis. C'est cette loi que j'ai représentée plus loin (Pl. 6 et 7) par une courbe dont les abscisses sont les espaces parcourus et dont les ordonnées sont les flexions du ressort, et que j'ai désignée sous le nom de *courbe des tensions*.

Pour ne pas introduire dans cette description des détails de calcul qui lui seraient trop étrangers, je renverrai à la note 2° pour ce qui est relatif à la détermination des dimensions du ressort, et je me contenterai de dire que, par plusieurs vérifications directes après sa construction, on s'est assuré qu'il prenait des accroissemens de flexion proportionnels aux efforts exercés sur son anneau, et dans le rapport exact de

$0^m,00052$ pour 1 kil.,

depuis 0 kil. jusqu'à 100 kil.

Afin d'être sûr qu'il conserverait sans altération son élasticité, et de n'être pas exposé à le forcer, on a adapté, à la patte qui le réunit au traîneau, une griffe à deux branches qui s'oppose à ce qu'il prenne une flexion plus grande que celle qui correspond à 95 kil., et l'on s'est assuré dans toutes les expériences que, malgré les secousses et les variations brusques de tension qu'il éprouvait, il n'a jamais contracté de courbure permanente, et qu'il est toujours revenu à sa flexion primitive. C'est ce que l'on vérifiait au commencement de chaque essai, en traçant

sur le plateau le cercle correspondant à la flexion naturelle du ressort, avant d'accrocher la corde à son anneau. Le rayon de ce cercle s'est constamment trouvé égal à $0^m,10$, sauf de très petites variations que le retrait du papier y apporte après qu'on a enlevé la feuille.

Observation de la loi du mouvement.

8. J'ai annoncé que, pour déterminer la loi du mouvement du traîneau, j'avais employé un moyen imaginé par M. Poncelet, et qui consiste à combiner un mouvement uniforme connu avec le mouvement dont on veut déterminer la loi. Il me reste à indiquer comment je suis arrivé à la réalisation de cette idée. Après plusieurs recherches préliminaires, je me suis déterminé à l'emploi de l'appareil suivant.

Sur l'axe en fer de la poulie H, et en dehors des poupées, est fixé un manchon en bronze offrant extérieurement une *embase* assez large, contre laquelle vient s'appliquer un disque en cuivre *aa* (fig. 1, 2 et 3, Pl. 4 et 5) de $0^m,35$ de diamètre, exactement centré sur l'axe : au moyen d'un écrou de pression *b*, on l'arrête sur cet axe. Les deux faces de ce plateau sont parfaitement dressées au tour, ainsi que celle de l'embase, et leurs plans sont perpendiculaires à l'axe de la poulie. Dans les expériences on applique sur ce disque *aa* une feuille de papier collée sur les bords.

Parallèlement à ce disque *aa* et sur le plateau F, est monté un mouvement d'horlogerie, construit par M. Humbert, horloger à Metz. Cet appareil a pour moteur un ressort, malgré l'avantage qu'aurait présenté l'usage d'un poids, parce qu'on a pensé qu'il pourrait être employé dans différentes circonstances où l'on serait obligé de l'incliner. Je ne parlerai pas du mécanisme intérieur, tout entier de la composition de l'artiste, et me conten-

terai de dire qu'il est analogue à celui du tournebroche à ressort, et porte un volant à ailettes qui lui sert de régulateur; il a d'ailleurs parfaitement rempli mon but. Ce mécanisme, renfermé dans une boîte en cuivre qui le met à l'abri de la poussière, fait mouvoir un cercle de cuivre *cc* de 0^m,07 de rayon, dont le plan est parallèle à celui du plateau *aa*; un style, formé par un pinceau *e* introduit dans une douille, qui se visse à volonté sur le cercle *cc*, est destiné à laisser sur le plateau une trace qui est un cercle, dans le cas où la poulie est au repos, et devient, dans le cas du mouvement, une courbe qui représente la loi de ce mouvement. Il est facile, en effet, de voir que le style marchant à une vitesse uniforme connue, on en déduira le temps, et que la circonférence de la poulie parcourant nécessairement le même espace que le traîneau, ses angles de déplacement donneront les espaces. J'indiquerai bientôt comment on opère le relèvement de cette courbe: achevons la description de l'appareil (*).

On conçoit qu'il est indispensable que le plan du cercle décrit par la pointe du pinceau soit exactement parallèle à celui du disque *aa*. Celui-ci étant invariable, c'est le premier qu'il faut incliner convenablement; voici comment on y parvient. Le mécanisme entier est monté sur un plateau *f*, mobile entre des coulisses parallèles fixées au grand plateau *F*; deux montans en fer *gg* reçoivent des tourillons mobiles qui s'adaptent à la boîte du mouvement. Ces deux montans, liés entre eux par une bride

(*) Je m'étais proposé, dans l'origine, de vérifier l'uniformité du mouvement du pinceau, au moyen d'un axe léger mis en mouvement par un poids, et armé d'ailettes assez larges. La résistance de l'air amenant promptement l'uniformité, j'aurais eu à comparer deux mouvemens uniformes; mais le relèvement des courbes m'ayant montré de suite qu'elles ne présentaient aucune ondulation périodique, j'ai pu me dispenser de cette vérification.

inférieure, reposent par deux pattes hh' sur le plateau mobile f ; chacune de ces pattes est maintenue à frottement sur le plateau par un boulon de pression. La patte h (fig. 1, 2 et 3, Pl. 4 et 5) est percée d'un trou circulaire de même diamètre que le boulon qui la traverse; l'autre, h' , porte une ouverture allongée qui permet de donner au système des montans et au mouvement d'horlogerie un petit mouvement de rotation autour du centre h , et par conséquent d'amener le diamètre horizontal du cercle bb à être parallèle au plan du plateau aa . Pour qu'il en puisse être de même du diamètre vertical, il faut faire tourner la boîte du mécanisme autour de ses deux tourillons horizontaux. C'est à quoi l'on parvient à l'aide d'une vis k , qui traverse le bas de la cage et s'engage dans un troisième petit montant en fer, lié aux deux premiers. Un ressort à boudin, interposé entre le montant et la cage, oblige celle-ci à s'écarter par le bas autant que le permet la vis; de sorte qu'en serrant ou desserrant on parvient à incliner l'appareil de manière à rendre le diamètre vertical du cercle bb du style parallèle au plan du disque aa . Le plan de ce cercle ayant donc deux de ses diamètres parallèles au plan aa , il l'est aussi lui-même.

Ce parallélisme une fois obtenu, la vis l sert à imprimer à tout le système du mécanisme d'horlogerie un mouvement de translation commun qui permet d'approcher ou d'éloigner le plan cc du plan aa , selon qu'il est nécessaire pour produire ou faire cesser le contact du pinceau avec la feuille destinée à recevoir sa trace.

A cette description de l'appareil j'ajouterai quelques mots sur la manière d'opérer. Tout étant préparé pour une expérience, le traîneau et la caisse convenablement chargés, et le pinceau suffisamment garni d'encre de

Chine, on mettait ce style en contact avec le disque *aa* au moyen de la vis *l*, puis on lâchait un déclic qui permet d'arrêter ou de laisser marcher à volonté le mécanisme, et le pinceau traçait un cercle, que j'ai nommé *cercle de départ*. Lorsque après quelque temps on était assuré que sa vitesse était réglée, on observait, à l'aide d'une montre à demi-secondes mortes de Bréguet, le temps employé à faire un certain nombre de révolutions. Cette observation préliminaire une fois faite, on donnait le signal du départ, et le traîneau, se mettant en mouvement, entraînait la poulie et son plateau *aa*, sur lequel le pinceau traçait la courbe, qui donne la relation entre les temps et les espaces parcourus. Dès que la caisse descendante était arrivée au fond de la fosse, l'axe de la poulie ne tournait plus qu'en vertu de son inertie, et s'arrêtait presque de suite; le style recommençait à tracer un cercle que j'ai nommé *cercle d'arrivée*. Cela fait, on arrêtait le mouvement d'horlogerie; on le ramenait en arrière, à l'aide de la vis *l*; on enlevait le plateau *aa*, et l'on remplaçait la feuille de papier qu'il portait par une autre, destinée à une nouvelle expérience. Les courbes ainsi obtenues sont d'une netteté et d'une continuité parfaites, et souvent si déliées, qu'aucun dessinateur n'en pourrait tracer de si régulières.

Cette description et l'inspection des dessins suffiront, sans doute, pour faire sentir de quelle utilité un appareil de ce genre peut être dans une foule de recherches expérimentales; je me bornerai à indiquer qu'il peut s'appliquer avec succès à des expériences sur la résistance de l'air et d'autres milieux. J'ajouterai que, bien qu'il n'ait pas été exécuté avec toute la perfection et la simplicité dont il pouvait être susceptible, et que du reste je n'ai point demandées, l'artiste est parvenu à donner à la machine

une assez grande régularité pour que la vitesse ne variât pas sensiblement pendant 20 à 25 minutes, et que dans un même tour elle fût assez exactement uniforme pour que le relèvement des courbes n'ait indiqué aucune oscillation périodique à chaque révolution.

L'emploi d'un pinceau, de préférence à tout autre genre de style, qui a permis d'obtenir des courbes d'une netteté si remarquable, a beaucoup facilité la régularité du mouvement, par l'égalité et la petitesse de la résistance qu'il offrait au mouvement. Au reste, cette résistance, due à la viscosité du liquide et à l'élasticité du pinceau, est assez sensible pour le moteur, et varie suivant la fluidité de l'encre; ce qui oblige à observer, ainsi qu'on l'a toujours fait, la vitesse du mouvement à chaque expérience. Il est bon d'ajouter, d'ailleurs, que de nombreuses vérifications ont montré que la vitesse du style, dans une même expérience, restait la même, pendant le mouvement du plateau de la poulie, que quand il était immobile et que le pinceau décrivait des cercles. C'est à M. le chef d'escadron d'Artillerie Peupion qu'est due l'idée d'employer un pinceau pour style, et ce que je viens de dire montre combien elle a contribué au succès de l'appareil.

Je me plais aussi à reconnaître les obligations que j'ai à M. Faivre, artiste de l'École d'application, dont l'adresse et l'intelligence m'ont facilité l'exécution de plusieurs détails importants de construction.

Relèvement des courbes.

9. On vient de voir comment on disposait tout pour une expérience, et comment les courbes étaient obtenues; examinons actuellement la manière de les relever et de les développer.

Pl. 6, fig. 1. Prenons pour exemple la seconde expé-

rience sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, et les fibres des deux bois étant parallèles à l'axe du banc. Le cercle 0, 1, 2, 3... 7, 8, 9, etc., est celui que le style a tracé avant le départ du traîneau, pendant que la poulie et son plateau étaient immobiles; c'est le *cercle de départ*. D'après l'observation préliminaire de la vitesse du style, ce cercle était décrit en 2'; on l'a partagé en 10 parties numérotées 0, 1, 2, 3, etc., à partir du point 0, qui a paru être celui de la séparation des deux courbes. A ce sujet nous remarquons d'abord que le traîneau partant du repos avec une vitesse nulle qui s'accroît par degrés insensibles, la courbe que le pinceau trace pendant le mouvement est nécessairement tangente au cercle de départ. Le point de contact est l'origine du mouvement, mais il est difficile de le déterminer *à priori*. Ce n'est donc que par approximation que l'on prend à vue le point 0 pour cette origine commune des temps; mais cela n'altère en rien la valeur des espaces parcourus, et n'apporte à celle des temps qu'une erreur constante, en plus ou en moins; et l'on verra plus loin le moyen de retrouver la véritable origine des temps.

Cela posé, remarquons que la trace du pinceau, dans toute sa course, doit être sans cesse comprise entre deux cercles concentriques à l'axe du disque ou de la poulie, et tangens au cercle de départ, l'un en dehors, l'autre en dedans. Dans toutes ses circonvolutions, la courbe s'éloigne ou se rapproche progressivement de ces deux cercles, et revient les toucher alternativement. L'axe de la poulie traversant le plateau, et par conséquent la feuille qui reçoit le tracé, le centre de cette feuille et des cercles dont nous venons de parler est enlevé, et, pour relever les courbes, il faut le retrouver: on a pour cela plusieurs moyens. On pourrait d'abord, avant ou après l'expérience,

arrêter le mouvement d'horlogerie, et, faisant tourner le disque à la main, faire tracer au pinceau un cercle concentrique à l'axe, dont il serait ensuite facile de retrouver le centre; mais l'instrument que j'ai employé au relèvement a été fait de manière à donner immédiatement un cercle semblable, comme on le verra tout à l'heure. Nous regarderons donc le centre c du disque comme connu. De ce point, traçons une série de cercles concentriques passant par tous les points de division du cercle de départ, et cotons des mêmes numéros les rencontres de la trace du style avec ces cercles, la trace sera la courbe $0, 1, 2, 3, 4... 10, 11... 17, 18$. Vers le point 18 on aperçoit une inflexion brusque, et bientôt la courbe tracée redevient un cercle, ce qui indique que le plateau s'est arrêté.

Considérons un point quelconque de cette trace, le point 2 , par exemple; il est évident que, dans le mouvement du traîneau, pendant que le style aura, sur son cercle, parcouru l'arc $0, 2$, correspondant, d'après la vitesse observée, à $0'', 2$, le disque aura tourné d'un angle $2c_2$. Or, le rayon extérieur de la poulie étant connu, ainsi que l'épaisseur de la corde qui tire le traîneau, on trouve que le rayon moyen de la poulie est $0^m, 111$; la circonférence sera

$$2\pi \times 0^m, 111 = 0^m, 6974,$$

et chaque degré de cette circonférence est égal à $0^m, 001937$. Ainsi, pour chaque degré décrit par le disque, nous savons que le traîneau a marché de $0^m, 001937$. L'angle $2c_2$ étant, dans le cas de la figure, de

$$56^\circ, 3,$$

l'espace parcouru par le traîneau au bout de $0'', 2$ est égal à

$$56^\circ, 3 \times 0^m, 001937 = 0^m, 109.$$

On peut donc, par le relèvement successif des arcs

01, 02, 03, 04. et des arcs

11, 22, 33, 44.

former une table des temps et des espaces correspondans parcourus par le traîneau, c'est-à-dire connaître les élémens de la loi du mouvement.

Pendant que le traîneau fournit toute sa course, il arrive le plus souvent que le style fait sur lui-même plusieurs révolutions. Ainsi, les cercles c_0 , c_1 , c_2 , etc., rencontreront plusieurs fois la trace, et chaque rencontre fournira le temps qui s'est écoulé depuis l'origine du mouvement, et l'espace parcouru par le traîneau, de la même manière que ci-dessus : seulement il faudra avoir l'attention d'augmenter l'arc relatif aux espaces d'autant de fois 360° que le plateau aura fait de tours depuis l'origine du mouvement, et l'arc des temps d'autant de fois $2''$ que le style aura fait de révolutions sur lui-même ; ce qui sera toujours facile en suivant la marche de la courbe. Ainsi, dans l'exemple actuel, il est aisé de s'assurer que le point 12 de la courbe n'a été marqué qu'après que le plateau aa a décrit quatre circonférences, plus l'arc $2,2,12$, qui est de 202° , ou en tout 1642° , ce qui correspond à une course du traîneau = $3^m,180$.

Ce relèvement n'offre, comme on le voit, aucune difficulté ; mais il est long, puisqu'il y a des expériences où le mouvement est assez lent pour que le nombre des rencontres avec les dix cercles s'élève jusqu'à 100 et plus. On conçoit d'ailleurs, qu'au contraire, dans les mouvemens rapides, il y a moins de points ; et si l'on juge nécessaire d'en obtenir davantage, pour la plus grande exactitude du relèvement, rien n'est plus facile, puisqu'au lieu de diviser le cercle de départ en 10 parties, il suffit de subdiviser chacune d'elles en 2, 3, ou plusieurs autres.

Rapporteur à branches mobiles.

10. Malgré la simplicité de l'opération, il fallait tâcher de l'abréger, à cause du grand nombre des expériences : voici le moyen que j'ai employé. J'ai fait construire, aux ateliers de l'École, une espèce de rapporteur à branches mobiles, composé (fig. 4, Pl. 2) d'un demi-cercle aa , divisé seulement en demi-degrés, ce qui suffit pour ces expériences. Une branche ab , liée au demi-cercle, est dans le prolongement de son diamètre; une autre dcd' , mobile autour du centre, indique sur le limbe, par une de ses extrémités, l'angle décrit par l'autre cd' , depuis qu'elle a cessé d'être en contact avec la première. Au milieu de l'instrument est un noyau circulaire cee , dont le diamètre est celui du petit cercle décrit du centre c du disque, tangentielllement au cercle de départ. Il s'ensuit qu'en posant le rapporteur sur la feuille, lorsque le cercle cee sera tangent à la fois au cercle de départ, à celui d'arrivée, et aux différentes circonvolutions que la trace du style vient faire autour du petit cercle ci-dessus, on sera sûr que l'instrument est exactement concentrique au plateau ou à la feuille qui porte la courbe à relever. Il est sans doute inutile d'ajouter qu'on écarte les branches cb et cd' , de manière que l'une d'elles passant par le point 2, l'autre passe par le point 1, et qu'il suffit de lire sur le limbe l'angle compris entre leurs prolongemens, pour avoir celui qui a été parcouru par le plateau.

Pour abréger la conversion des angles décrits par le disque en espaces parcourus par le traîneau, j'ai calculé une table qui donne les espaces correspondant à tous les angles, depuis 0° jusqu'à 2700° .

Tableau et courbe à coordonnées rectangulaires, représentant la loi du mouvement.

11. Au moyen de la méthode de relèvement que je viens de détailler, on a pu facilement représenter la loi du mouvement dans chaque expérience par un tableau semblable au suivant, qui se rapporte à la deuxième expérience sur le frottement du chêne sur le chêne, sans enduit, fibres parallèles, dont nous venons déjà de nous occuper.

Frottement du chêne en mouvement sur le chêne sans enduit, fibres parallèles. Deuxième expérience.

Vitesse uniforme du style, 1 tour en 2".

PARTIES de la CIRCONFÉRENCE du style.	TEMPS CORRESPONDANS.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par LE PLATEAU.	ESPACES parcourus dans le même temps par LE TRAÎNEAU.
0	0"	0°	0 ^m tt.
0,1	0" 2	9,7	0,018
0,2	0,4	56,3	0,109
0,3	0,6	127,5	0,247
0,4	0,8	228	0,441
0,5	1,0	354	0,686
0,6	1,2	490	0,948
0,7	1,4	648,5	1,255
0,8	1,6	803,2	1,553
0,9	1,8	1004	1,945
1,0	2,0	1197	2,318
1,1	2,2	1412	2,734
1,2	2,4	1642	3,180
1,3	2,6	1864,5	3,608
1,4	2,8	2018	3,905
1,5	3" 0	2161,5	4,189

Ce qui précède montre d'ailleurs, comme je l'ai indiqué plus haut, que l'on obtient exactement les espaces parcourus

par le traîneau, et que l'incertitude qui règne sur la détermination du point O, où la trace du style se sépare du cercle de départ, n'influe que sur la valeur des temps écoulés, en les augmentant ou les diminuant tous d'une quantité égale. Les opérations suivantes, que je vais détailler, feront voir comment on peut, *à posteriori*, retrouver l'origine exacte des temps.

Pour représenter graphiquement le tableau ci-dessus des temps et des espaces parcourus, j'ai pris les espaces pour abscisses, à l'échelle de $0^m,10$ pour 1 mètre, et les temps pour ordonnées, à l'échelle de $0^m,1$ pour 1"; puis, par tous les points ainsi déterminés, j'ai fait passer une courbe que l'on peut appeler la *courbe du mouvement*. On remarquera que, les abscisses ou les espaces ayant leurs valeurs exactes depuis l'origine du mouvement, la perpendiculaire à leur axe menée par l'origine adoptée, est une tangente à la courbe.

Recherche de la nature des courbes du mouvement accéléré.

12. L'idée la plus naturelle, puisqu'on avait pour objet de vérifier les lois de Coulomb, était de rechercher si cette courbe du mouvement est une parabole, ou, ce qui revient au même, si les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps. De là résulterait, en effet, que le traîneau est sollicité par des forces constantes, et que le frottement ne varie pas avec la vitesse. Pour m'assurer que cette courbe était effectivement une parabole dans tous les mouvements accélérés, j'ai fait usage des théorèmes suivans :

Le premier, dû à Maclaurin, a pour énoncé :

« Si l'un des côtés d'une équerre passe constamment » par le foyer d'une parabole, et que son sommet par-

» coure la tangente à l'origine de cette parabole, l'autre
» côté de l'équerre sera constamment tangent à la
» courbe. »

Le deuxième, dû à M. Poncelet (*Annales de Mathématiques*, T. VIII, juillet 1817), s'énonce ainsi :

« Un triangle étant circonscrit à une parabole, si on
» lui circonscrit à son tour une circonférence de cercle,
» elle passera nécessairement par le foyer de la courbe. »

Les réciproques de ces deux théorèmes étant d'ailleurs vraies, j'ai, selon les cas, employé l'un ou l'autre, mais plus souvent le premier, à cause de la simplicité de la construction, lorsque l'axe des temps ou des ordonnées était connu exactement; ce qui a lieu pour la plupart des expériences. Cette construction n'exigeant pas que l'on connaisse le point auquel les tangentes touchent la courbe, on amène à la règle une suite de tangentes; à leur intersection avec l'axe des temps, on élève sur chacune une perpendiculaire; la rencontre de ces lignes détermine le foyer, si la courbe est une parabole. Or, toutes les expériences que j'ai faites jusqu'ici, et dans lesquelles le mouvement a été accéléré, ont toutes, sans exception, donné des paraboles. La seule portion de ces courbes relevées qui ne soit pas exactement parabolique est celle qui se rapproche très près de l'origine; et cela tient, évidemment, à cette incertitude que j'ai signalée sur la détermination du point pris dans le relèvement pour origine des temps. La différence est, d'ailleurs, tantôt en plus, tantôt en moins; et la parabole construite au moyen du foyer déterminé par le tracé se confond dans tout le reste de son développement avec la courbe relevée, et si exactement, que les différences ne sont au plus que des millièmes de seconde.

De plus, l'incertitude sur l'origine des temps n'est un

peu grande que quand le traîneau part lentement, et que par suite les courbes ne se détachent pas brusquement.

Le foyer de la parabole étant déterminé, on en déduit facilement l'origine réelle du mouvement, et l'on est à même de rectifier les valeurs des temps déduites de l'origine présumée. C'est de ces valeurs corrigées que l'on devra faire usage dans les calculs qui seront exposés plus loin.

Outre le cas où le mouvement est accéléré, il s'en présente deux autres pour lesquels le relèvement de la courbe se fait de la même manière, et qui ne diffèrent que par les résultats.

Cas du mouvement uniforme.

13. Le premier est celui où le mouvement, après une accélération plus ou moins grande, devient uniforme : dans le second, le mouvement, d'abord accéléré, se retarde graduellement, et finit même quelquefois par cesser avant que le traîneau n'ait parcouru toute la longueur du banc.

Le mouvement uniforme se produit, lorsque le traîneau ayant été détaché par l'action simultanée des petites caisses mobiles M, ou du levier coudé *ced*, et de la caisse descendante K, il se trouve ensuite sollicité seulement par celle-ci, après que les petites caisses ou le levier ont cessé d'agir. Il est facile d'expliquer cette circonstance, sans cesser d'admettre que le frottement soit indépendant de la vitesse. En effet, si la charge de la caisse est telle que la tension de la corde soit précisément égale au frottement, le mouvement devra se continuer uniformément, à partir de l'instant où les petites caisses sont arrêtées, et avec la vitesse que le traîneau avait à cet instant. Dans la réalité, la vitesse du mou-

vement uniforme n'est pas tout-à-fait celle qu'il devrait avoir, mais cela vient, d'une part, des inégalités inévitables que présente le frottement des corps sans enduit, par suite de leur constitution, et particulièrement les bois; et de l'autre, de l'emploi du ressort, qui, dans les changements de tension, oscille autour de son point de flexion moyenne: c'est ce que l'examen détaillé d'une des expériences où le mouvement est uniforme, montrera plus loin. On verra aussi que l'on a obtenu des mouvements uniformes à des vitesses très différentes, et que la valeur qu'elles fournissent, pour le rapport du frottement à la pression, est la même que celle que l'on déduit des expériences où le mouvement est accéléré.

Cas du mouvement retardé.

14. Quant au mouvement retardé, ou même complètement arrêté, il s'est produit dans tous les cas où le traîneau ayant été détaché par le concours des deux efforts, la charge de la caisse descendante K ne s'est plus trouvée capable de produire une tension supérieure ou égale au frottement. Loin de contredire les résultats des autres expériences, on verra que celles-ci les ont confirmées.

Exposition des formules employées dans les calculs, et des expériences préparatoires.

Formules et expériences pour déterminer le frottement de l'axe de la poulie.

15. On a vu qu'au moyen du dynamomètre, on pouvait obtenir, pour chaque position du traîneau, l'effort exercé par la corde, et qu'à l'aide du mécanisme d'hor-

logerie on obtenait une relation entre les espaces parcourus et les temps. Le concours de ces deux moyens d'observation est plus que suffisant pour déterminer toutes les circonstances du mouvement et de l'expérience, et ils se servent l'un à l'autre de vérification, comme on le verra facilement par l'exposé suivant des formules employées dans les calculs. Mais on doit observer que, d'après ce qui a été dit sur la construction du dynamomètre, on a limité à 95 kil. les efforts qu'on voulait lui faire supporter, afin de ne pas altérer son élasticité. J'avais d'abord eu l'intention de faire faire un autre ressort semblable, dès que j'aurais reconnu le bon emploi que je pouvais faire du premier; ce second dynamomètre aurait été calculé pour supporter des efforts suffisants pour faire glisser le traîneau sous les plus grandes charges que l'appareil permît de produire. Mais les résultats des premières expériences, où les charges et le frottement étaient assez faibles pour qu'on pût se servir du premier dynamomètre, m'ayant montré de suite que le frottement restait constant, j'ai été conduit à m'assurer qu'il en était encore de même sous des charges beaucoup plus considérables; et ce fait une fois vérifié par la forme parabolique des courbes du mouvement, l'emploi du dynamomètre a dès lors cessé d'être indispensable, et j'ai pu m'abstenir d'en faire construire un second. Cette simplification de l'appareil a nécessité des expériences spéciales sur le frottement de l'axe de la poulie, et sur la raideur de la corde tressée que j'employais. En effet, à l'aide de la courbe des tensions, on pouvait obtenir à chaque position du traîneau, et par suite pour chaque instant, l'effort exercé sur lui, sans avoir à s'occuper de ces résistances passives; mais, dans les expériences où l'on ne pouvait s'en servir, il était nécessaire d'avoir une règle sûre, appuyée sur des expé-

riences directes, pour déterminer quelle était la tension de la partie horizontale de cette corde, sous l'action d'une charge connue de la caisse K. D'ailleurs cette recherche *à priori* était une utile vérification de l'exactitude du dynamomètre, et ce sera procéder avec ordre que de rendre d'abord compte des résultats obtenus.

L'axe de la poulie est en fer et repose sur des coussinets en sorbier. Ce bois avait été bien imprégné de saindoux et avait déjà servi à des essais préparatoires, lorsque j'ai commencé les expériences sur le frottement de l'axe. Le but que je me proposais étant principalement de déterminer le frottement de l'axe dans des circonstances qu'il fallait rendre aussi semblables que possible, j'ai remplacé le saindoux par un mélange de 5 parties de saindoux et 1 partie de plombagine; mais, pour éviter toute complication étrangère, due au plus ou moins de fluidité que l'enduit peut acquérir par suite de la continuité du mouvement, on avait soin d'essuyer l'enduit après que l'axe avait tourné quelques fois, de sorte que les surfaces en contact étaient toujours entretenues onctueuses, mais sans interposition d'enduit.

Pour déterminer à part le frottement de l'axe en fer sur ses coussinets en sorbier, j'ai employé le moyen suivant. Un ruban de fil blanc, très mince, de 0^m,04 de large, passait sur la gorge de la poulie, large de 0^m,041; il pouvait supporter jusqu'à 50 kil. sans se rompre. Deux caisses octogonales en chêne, longues de 1 mètre environ, et dont le cercle inscrit avait 0^m,065 de rayon, pesant chacune 3^k,188, étaient suspendues de part et d'autre à ce ruban, qui, se prolongeant en-dessous, se fermait comme une corde sans fin, dans le but d'éviter tout accroissement de charge d'un des côtés pendant le mouvement. Ce ruban entier avait 10^m,20 de développement

et pesait $0^k,099$; de sorte que la pression constante exercée par les caisses et le ruban, sur l'axe, était

$$2 \times 3^k,188 + 0^k,099 = 6^k,475;$$

la poulie, son axe et son disque en cuivre pèsent $6^k,854$: la pression totale constante, due à l'appareil lui-même sur l'axe, est donc de

$$13^k,329.$$

Au moyen de boulets de 12, exactement pesés, on chargeait chacune des caisses de poids égaux, dont la somme donnait ce que j'ai appelé la charge variable; puis, dans l'une d'elles, on ajoutait le poids moteur.

Cela fait, et le style étant approché du disque, on laissait les caisses partir librement, et la courbe du mouvement obtenue fournissait, pour la recherche des résultats, les données nécessaires. Après cette description, établissons les équations du mouvement de ce système, en tenant compte du frottement de l'axe, et en faisant abstraction de la raideur, évidemment négligeable; du ruban de fil. Soient,

P , le poids de la caisse octogonale descendante.

p , Celui de la caisse montante. D'après ce qui vient d'être dit, P et p ne diffèrent que de la valeur du poids moteur.

r , le rayon extérieur de la poulie = $0^m,1042$.

ω , la vitesse angulaire à un instant quelconque du mouvement.

dm , un élément de la masse de la poulie, ou des parties qui tournent avec elle.

$g = 9^m8088$.

e , le chemin parcouru, à un instant quelconque, par

les caisses et par la circonférence de la poulie, à partir de l'origine du mouvement.

ρ , le rayon de l'axe de la poulie = $0^m,0093$.

F , le frottement de cet axe sur ses coussinets.

A un instant quelconque du mouvement, la force vive du système est

$$\omega^2 \left(Sr^2 dm + \frac{P + p}{g} r^2 \right),$$

en négligeant la masse très petite du ruban.

La quantité d'action ou de travail imprimée au système par la gravité, est

$$(P - p) e^{k.m.}$$

Celle que consomme le frottement, dans l'élément du temps, est

$$F \frac{\rho}{r} de^{k.m.};$$

et au bout du temps t elle a pour valeur

$$\frac{\rho}{r} \int F de^{k.m.};$$

Quant à la résistance de l'air, il est facile de s'assurer qu'elle ne développe qu'une quantité de travail toujours négligeable dans les expériences, par rapport aux précédentes; c'est, au reste, ce que l'on peut voir *note 3*, par une application numérique.

D'après cela, l'équation du mouvement du système est

$$\omega^2 \left(Sr^2 dm + \frac{P + p}{g} r^2 \right) = 2 (P - p) e - 2 \frac{\rho}{r} \int F de;$$

ou en différenciant,

$$\omega d\omega \left(Sr^2 dm + \frac{P + p}{g} r^2 \right) = (P - p) de - \frac{\rho}{r} F de;$$

et, à cause de

$$r\omega = \frac{de}{dt},$$

elle devient

$$\frac{d\omega}{dt} \left(Sr^2 dm + \frac{P+p}{g} r^2 \right) = (P-p)r - Ff.$$

Dans cette équation, F est la quantité inconnue à déterminer, $\frac{d\omega}{dt}$ nous est donné par la courbe du mouvement, puisqu'on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{d^2e}{dt^2};$$

on pourra donc, à chaque instant, trouver la valeur de F ; et si le relèvement des courbes montre que, pour une même expérience, $\frac{rd\omega}{dt}$ est une quantité constante pendant toute la durée du mouvement, il s'ensuivra que F sera indépendant de la vitesse.

Or on trouve que toutes les courbes de mouvement sont des paraboles, et qu'en appelant $2c$ le paramètre déterminé, comme on l'a vu, à l'aide du théorème de Maclaurin, la loi du mouvement est exactement représentée par l'équation

$$t^2 = 2ce;$$

d'où l'on tire

$$\frac{de}{dt} = \frac{t}{c} = r\omega,$$

et par suite,

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{1}{c} \text{ ou } \frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{2cr}.$$

L'équation qui donne la valeur de F peut donc prendre la forme

$$\frac{2}{2cr} \left(Sr^2 dm + \frac{P+p}{g} r^2 \right) = (P-p) r - F\rho.$$

La quantité $Sr^2 dm$ est la même pour toutes les expériences, et dépend des dimensions de la poulie, de son axe et de son plateau. On a trouvé

$$Sr^2 dm = 0,00629;$$

$P+p$ est donné dans chaque cas, ainsi que $P-p$,

$$\frac{r^2}{g} = \frac{(0,1043)^2}{9,8088} = 0,001109, \quad \rho = 0^m,0093.$$

Il est donc facile de substituer, dans la formule, les données de chaque expérience et d'en déduire la valeur de F .

La pression sur l'axe de la poulie est, en appelant q le poids de la poulie, des caisses et du ruban = $13^k,329$,

$$P + p + q - \frac{P-p}{g} r \frac{d\omega}{dt};$$

mais il est clair, d'après les valeurs que l'on trouvera pour $\frac{d\omega}{dt}$, dans le tableau suivant, que le dernier terme est toujours très petit par rapport aux autres, et qu'on peut se borner, pour la pression, à

$$P + p + q \text{ kil.}$$

Dans chaque cas on a calculé le rapport

$$\frac{F}{P + p + q},$$

et il s'est trouvé à très peu près constant dans toutes les expériences.

On observera que l'on a inséré dans le tableau suivant deux expériences où le mouvement était très lent, par suite de la petitesse du poids moteur, et dans lesquelles la multiplicité des courbes tracées sur le disque, n'a

pas permis de les relever; mais il suit de cette lenteur même du mouvement que, dans ces expériences, la quantité $\frac{rd\omega}{dt}$ ou la force accélératrice étant excessivement petite, le terme

$$\frac{d\omega}{dt} \left(Sr^2 dm + \frac{P + p}{g} r^2 \right),$$

dont le second facteur lui-même est toujours assez faible, devient tout-à-fait négligeable par rapport au second membre de l'équation, et que celui-ci se réduit à

$$(P - p) r - F\rho = 0,$$

qui aurait lieu pour le mouvement uniforme. C'est cette relation que nous avons appliquée à ces expériences; et les résultats obtenus s'accordent assez avec les autres, pour prouver qu'effectivement on peut alors négliger l'effet de l'inertie.

TABLEAU N° I.

Expériences sur le frottement de l'axe en fer de la poulie sur des coussinets en sorbier.

Nota. Les surfaces sont onctueuses. Elles ont été frottées d'un enduit de cinq parties de saindoux et d'une partie de plombagine, que l'on a essuyé.

NUMÉROS des expériences.	Paramètre de la parabole 2c.	VALEUR de $\frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{2cr}$	CHARGE DES CAISSES.		Pression constante sur l'axe.	Pression totale.	Frottement	Rapport du frotte- ment à la pression.	
			Variable.	Poids moyen					
1	7 ^m 870	2,289	12 ^k	1 ^k	13,329	26,329	4 ^k 301	0,163	
2	3,184	5,657	12	2	13,329	27,329	4,806	0,170	On a mesuré ici le frottement au départ.
3	"	"	24,10	0,55	13,329	37,979	6,168	0,162	
4	16,378	1,100	24,10	1	13,329	38,329	6,365	0,166	
5	5,100	3,532	24,10	2	13,329	39,429	6,322	0,160	
6	"	"	48,40	0,9	13,329	62,629	10,092	0,161	Mouvement très lent
7	11,380	1,583	48,40	2	13,329	63,729	10,688	0,167	
8	"	"	60,68	1,1	13,329	75,109	12,336	0,164	Mouvement très lent
9	15,296	1,178	60,68	2	13,329	76,009	12,020	0,158	
10	25,535	0,734	72,84	2	13,329	88,169	14,752	0,167	
Moyenne...								0,164	

Sans chercher à généraliser les résultats de ces expériences, on est au moins autorisé à en conclure que le frottement de l'axe de la poulie sur ses coussinets est,

- 1°. Indépendant de la vitesse;
- 2°. Proportionnel à la pression dans le rapport de 0,164 à l'unité.

Ces résultats nous suffisent, quant à présent, et nous pouvons passer à l'examen et au calcul des expériences spéciales sur la raideur de la corde tressée.

Détermination de la raideur de la corde.

16. Le ruban de fil a été remplacé par la tresse elle-même, à laquelle on a suspendu les caisses octogonales, et dont on a réuni les bouts de manière à en former une corde sans fin.

La tresse, longue de 12 ^m ,45, pèse	3 ^k 738
Les deux caisses octogonales.	6,376
La poulie, son axe et son disque.	6,854
Charge constante de l'axe.	<u>16^k968</u>

Appelons

R la raideur cherchée de la corde, considérée comme une résistance appliquée au rayon moyen de la poulie et opposée au mouvement.

N la pression sur l'axe, connue dans chaque cas.

F = 0,164, le rapport trouvé ci-dessus du frottement de l'axe à la pression N.

δ le poids du mètre courant de la corde = 0^m,335.

L = 12^m,20 sa longueur.

Dans les applications, il faut augmenter le rayon r de la poulie de la demi-épaisseur de la tresse, ce qui donne

$$r = 0^m,111.$$

On trouvera facilement l'équation du mouvement du

système, en observant qu'ici, la masse de la corde est assez grande pour qu'on doive en tenir compte. Cette équation est, en conservant les notations précédentes (15), et y joignant les nouvelles,

$$\frac{d\omega}{dt} \left(S r^2 dm + \frac{P + p + \delta L}{g} r^2 \right) = (P - p) r - R r - F p.$$

Les données particulières à chaque cas et le relèvement des courbes donnent, de même que précédemment, tous les termes de cette équation, et l'on en déduit la valeur de R et son rapport à la tension du brin montant de la corde.

Le tableau suivant contient les résultats des expériences et des calculs. Je dois faire observer qu'en cherchant simplement le rapport de la raideur de la corde à sa tension, je néglige ce que Coulomb a appelé *la raideur naturelle*, parce que, d'après sa composition, la tresse était assez flexible pour qu'on pût faire abstraction de cette résistance, vu la grandeur des charges; ce qui réduit alors l'expression de la raideur donnée par ce physicien à un terme proportionnel à la tension.

TABLEAU N° II.

Expériences sur la raideur de la corde tressée employée dans les expériences sur le frottement.

NUMÉROS des expériences.	Paramètre de la parabole 2c.	VALEUR de $\frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{2cr}$	CHARGE DES CORDES.		Pression constante sur l'axe.	Pression totale sur l'axe.	Raideur de la corde R.	Tension de la corde.	Rapport de la raideur à la tension.
			Variable.	Poids moteur.					
1	11 ^m 78	1,529	48 ^k 74	3 ^k	16,968	68 ^k 708	0 ^k 900	29 ^k 427	0,031
2	3,45	5,221	48,74	6	16,968	71,708	0,899	29,427	0,031
3	14,69	1,226	73	4	16,968	93,968	1,432	41,557	0,034
4	4,42	4,076	73	8	16,968	97,968	1,243	41,557	0,030
5	"	"	97,10	3,2	16,968	107,268	1,593	53,56	0,030
6	9,73	1,851	97,10	6	16,968	120,068	1,864	53,56	0,034
Moyenne . . .									0,032

* Nota. Dans la 5^e expérience on a calculé la raideur d'après le poids qui rompt l'équilibre.

Il résulte de ce tableau,

1°. Que la raideur de la corde tressée est indépendante de la vitesse du mouvement ;

2°. Qu'elle est proportionnelle à la tension dans le rapport de 0,032 à l'unité.

Usage des résultats précédens pour déterminer la tension de la corde en fonction de la charge de la caisse descendante.

17. Au moyen de ces expériences spéciales sur le frottement de l'axe de la poulie et la raideur de la corde, il devient facile d'établir une relation entre la charge de la caisse K et la tension qu'elle communique à la branche horizontale de la corde dans les expériences ordinaires.

En effet, appelons, en conservant les notations précédentes,

P la charge de la caisse descendante, y compris son poids et celui de la portion de corde qui pend toujours sous la poulie, et en négligeant la quantité dont elle augmente dans la descente, et qui ne va guère qu'à un kilogramme.

T la tension cherchée de la partie horizontale de la corde.

q le poids de la poulie, de son axe et de son disque = 6^{kg},854.

On aura, à un instant quelconque du mouvement du traîneau,

$$Tr = Pr - Rr - f N r - \frac{d\omega}{dt} \left(Sr^2 dm + \frac{P}{g} r^2 \right).$$

Dans cette équation on a

$$R = 0,032T, N = \sqrt{\left(P + q - \frac{P}{g} \frac{rd\omega}{dt} \right)^2 + T^2};$$

et à cause que l'on a toujours

$$P + q - \frac{P}{g} \frac{rd\omega}{dt} > T,$$

on peut, d'après un théorème connu de M. Poncelet (*), prendre, à $\frac{1}{25}$ près,

$$N = 0,96 \left(P + q - \frac{P}{g} \frac{rd\omega}{dt} \right) + 0,4 T.$$

En substituant pour R et pour N leurs valeurs dans l'équation précédente, elle devient

$$\begin{aligned} & T \left(1 + 0,032 + 0,4 f \frac{\rho}{r} \right) \\ & = P \left(1 - 0,96 f \frac{\rho}{r} \right) - 0,96 f \frac{\rho}{r} q - \frac{P}{g} \frac{rd\omega}{dt} \left(1 - 0,96 f \frac{\rho}{r} \right) - \frac{Sr^2 dm}{r^2} \frac{rd\omega}{dt}. \end{aligned}$$

Nous savons d'ailleurs qu'ici, $f = 0,164$, $\rho = 0^m,0093$, $r = 0^m,111$, $Sr^2 dm = 0,00629$, d'où

$$\frac{Sr^2 dm}{r^2} = 0,51.$$

Au moyen de ces données, on trouve, tous calculs faits,

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{2}{2c} \right] - 0^k,086.$$

Au moyen de cette relation et des courbes du mouvement qui nous donnent la valeur du paramètre $2c$, on voit que, dans chaque cas, on aura celle de la tension T. Il est inutile,

(*) *Cours de Mécanique appliquée aux Machines*, professé, en 1825 et 1826, à l'École de l'Artillerie et du Génie. Cahier lithographié, note 1^{re}.

sans doute, de rappeler que le calcul précédent est fondé sur le résultat général des expériences, qui nous apprend que

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c}$$

est une quantité constante.

Dans le cas où le mouvement devient uniforme, et lorsqu'on veut appliquer la formule à la tension qui a lieu avant le départ, il suffit de faire, dans la formule ci-dessus,

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c} = 0,$$

et elle se réduit à

$$T = 0,95 P - 0^{m},086,$$

ou simplement à

$$T = 0,95 P,$$

à cause de la petitesse du dernier terme par rapport au premier.

Vérification de la formule par observation directe.

18. Or, en relevant directement, d'après les courbes de tension, les valeurs de T relatives à plus de quarante expériences, où les charges P de la caisse ont varié depuis 12 jusqu'à 95 kil.; et prenant les charges pour abscisses à l'échelle de 0^m,05 pour 1 kil. et les flexions totales du ressort pour ordonnées, de grandeur naturelle, on trouve que les sommets de ces ordonnées sont tous, à très peu près, sur la même ligne droite, inclinée de telle sorte qu'un millimètre d'accroissement dans la flèche ou l'ordonnée correspond à 2 kil. de la charge ou de l'abscisse, tandis qu'on a vu que l'épreuve directe du ressort donnait 0^m,00104 pour 2 kil. Donc, par l'effet de la raideur de

la corde et du frottement de l'axe, la flexion du ressort ou la tension de la corde n'est que

$$\frac{0,100}{0,104} = 0,96$$

de celle qui correspondrait à la charge de la caisse.

Formules pratiques pour le calcul des expériences.

19. L'accord remarquable que présente ce résultat de l'observation directe, avec celui de la formule, montre la confiance que peuvent mériter les expériences précédentes, et nous autorisent, dans les calculs à venir, à employer cette formule pour tous les cas. Ainsi, quand le mouvement sera accéléré, nous calculerons la tension par la formule

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{2}{2c} \right] - 0^{\text{m}},086;$$

et quand le mouvement du traîneau sera uniforme, elle sera déterminée par

$$T = 0,95 P^{\text{m}}.$$

Relation entre la tension de la corde et le frottement.

20. Nous pouvons maintenant regarder comme connue, dans chaque cas, la tension de la corde, ou l'effort qu'elle exerce dans le sens du mouvement pour tirer le traîneau; et il ne nous reste plus qu'à établir une relation entre cet effort et le frottement. Appelons

T la tension connue;

F le frottement des bandes en expérience sur les semelles;

e le chemin parcouru à un instant quelconque par le traîneau;

ω la vitesse angulaire de la poulie au même instant;
 Q le poids total du traîneau et de sa charge;
 $r = 0^m,111$ le rayon extérieur de la poulie, y compris la demi-épaisseur de la corde.

Examinons d'abord le cas le plus simple et le plus général des expériences, celui où la charge constante de la caisse descendante a suffi pour déterminer le départ et entretenir le mouvement.

L'expérience montre, par l'examen direct et le relevé des courbes des efforts, et par l'équation précédente, qui détermine la valeur de T , que cette tension est constante; le travail total de T , ou la quantité d'action que cet effort aura développé depuis l'origine du mouvement, sera donc

$$Te^{km}.$$

Admettant, malgré ce que nous indique la forme parabolique des courbes du mouvement, que nous ignorions encore si le frottement des substances soumises à l'expérience est constant, représentons provisoirement le travail total du frottement depuis l'origine, par

$$SFde^{km},$$

à prendre depuis $e = 0$ jusqu'à la valeur de e , correspondante au temps t .

La force vive du traîneau sera

$$\frac{Q}{g} \omega^2 r^2,$$

et nous aurons, d'après le principe des forces vives,

$$\frac{Q}{g} \omega^2 r^2 = 2Te - 2SFde;$$

ou en différentiant, et observant que

$$r\omega = \frac{de}{dt},$$

$$\frac{Q}{g} \frac{rd\omega}{dt} = T - F,$$

d'où

$$F = T - \frac{Q}{g} \frac{rd\omega}{dt};$$

ou en substituant à T sa valeur

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{rd\omega}{dt} \right] - 0^k,086,$$

$$F = 0,95 P - \left[\left(0,516 + \frac{Q}{g} \right) 0,95 + \frac{Q}{g} \right] \frac{rd\omega}{dt} - 0^k,086,$$

expression dans laquelle tout est constant, puisque les courbes du mouvement accéléré donnent toutes

$$t^2 = 2ce, \quad \text{d'où} \quad \frac{de^2}{dt^2} = \frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c},$$

et qui fournira par conséquent une valeur constante de F pour chaque expérience.

Cas où le mouvement du traîneau est uniforme.

21. Lorsque le mouvement est uniforme, on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = 0,$$

et par suite

$$F = T = 0,95 P;$$

ce qui donne immédiatement la valeur du frottement.

Ce cas du mouvement uniforme, bien plus simple à calculer que celui du mouvement accéléré, est assez difficile à produire, et exige quelques tâtonnements; aussi n'ai-je pas cherché souvent à l'obtenir.

Lorsque, par suite de la valeur de la charge P de la caisse K , on a

$$T < F,$$

c'est-à-dire lorsque la tension de la corde est moindre que le frottement, le mouvement, que l'action simultanée du levier ou des petites caisses M et de la caisse K avait rendu accéléré, se retarde dès que les petites caisses cessent d'agir, et il peut même, selon les cas, s'éteindre tout-à-fait.

L'équation

$$F = T - \frac{Q}{g} \frac{rd\omega}{dt},$$

s'applique à tous les instans de la course du traîneau, depuis celui où les petites caisses M ou le levier *ced* ont cessé d'agir, et permet de calculer immédiatement F , sans avoir à s'occuper de ce qui se passe dans la portion, ordinairement très courte, du mouvement, où l'action de ces caisses ou celle du levier concourt avec celle du poids P . Aussi, dans le calcul de toutes les expériences, n'en ai-je pas employé d'autre; mais il ne sera pas inutile, pour rendre compte de quelques circonstances en apparence singulières du mouvement uniforme ou retardé, de montrer comment on peut distinguer et calculer à part ce qui se passe dans ces deux portions d'une même course.

Examen et calcul des circonstances du mouvement.

22. Pour cela, appliquons les résultats, auxquels nous sommes déjà parvenus à la première période du mouvement, celle où les petites caisses M et le poids P agissent ensemble. Soient, à un instant quelconque de cette période,

P' le poids des petites caisses M ;

P le poids de la caisse descendante K ;

Q la charge du traîneau ;
 T' la tension de la corde ;
 ω' la vitesse angulaire de la poulie ;
 e' l'espace parcouru par le traîneau au bout d'un temps t' ;
 F le frottement ;

$A' = 0,516 + \frac{P + P'}{g}$. On remarquera que si l'on appliquait ces calculs aux expériences où l'effort P' est exercé par le levier, il faudrait remplacer $\frac{P'}{g}$ dans la valeur de A' par le moment d'inertie du levier et de sa charge divisé par r^2 .

Nous aurons donc, d'après ce que nous avons vu (17) et (20),

$$0,95 A' \frac{rd\omega'}{dt'} = 0,95 (P + P') - T' - 0^{kil},086,$$

$$\frac{rd\omega'}{dt'} \frac{Q}{g} = T' - F.$$

En ajoutant ces deux équations, on a

$$\frac{rd\omega'}{dt'} \left(\frac{Q}{g} + 0,95 A' \right) = 0,95 (P + P') - F - 0^{kil},086.$$

L'expérience ayant montré que F est constante, puisqu'elle nous donne toujours pour $\frac{rd\omega'}{dt'}$ une valeur constante, nous tirerons de cette équation

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = \frac{0,95 (P + P') - F - 0^{kil},086}{\frac{Q}{g} + 0,95 A'} t',$$

puisque l'on a, à la fois,

$$\omega' = 0 \quad \text{et} \quad t' = 0,$$

ou en posant, pour la simplicité,

4. Savans étrangers.

$$\frac{0,95 (P + P') - F - 0,086}{\frac{Q}{g} + 0,95 A'} = \frac{1}{C'}$$

il vient

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = \frac{t'}{C'}$$

d'où,

$$t'^2 = 2C'e'.$$

On connaît, dans chaque expérience, la hauteur totale e' dont les petites caisses sont descendues simultanément avec la charge P ; par conséquent, on pourra déterminer t' au moyen de l'équation ci-dessus, et par suite la valeur de la vitesse $\frac{de'}{dt'} = \frac{t'}{C'}$, dont le traîneau était animé quand il n'a plus été sollicité que par le poids P de la caisse K . A cet instant, la courbe du mouvement change, puisque la force qui entraîne la charge Q n'est plus la même; mais il est facile d'en trouver l'équation. Soient, en effet, à un instant quelconque de cette seconde période, et comme par le passé,

Q la charge du traîneau ;

P le poids de la caisse descendante ;

T la tension qu'il produit sur la corde ;

ω la vitesse angulaire de la poulie

e l'espace parcouru par le traîneau } au bout du temps t ;

F le frottement ;

$$A = 0,516 + \frac{P}{g}.$$

Nous aurons, d'après ce qu'on a vu (20),

$$\frac{rd\omega}{dt} \left(\frac{Q}{g} + 0,95 A \right) = 0,95 P - F - 0,086;$$

d'où, en posant

$$\frac{1}{C} = \frac{0,93 P - F - 0,086}{\frac{Q}{g} + 0,95 A},$$

$$r\omega = \frac{t}{C} + \text{constante.}$$

Dans ce mouvement, d'après le calcul précédent, on a en même temps

$$r\omega = r\omega' = \frac{t'}{C'} \text{ et } t = t';$$

ce qui donne

$$r\omega' = \frac{t'}{C'} = \frac{t}{C} + \text{constante};$$

et par suite

$$\frac{de}{dt} = r\omega = \frac{t}{C} + t' \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right).$$

Le dernier terme sera toujours positif, attendu qu'on a nécessairement $\frac{1}{C'} > \frac{1}{C}$; ce qui est facile à vérifier.

En intégrant de nouveau, on a

$$e = \frac{t^2}{2C} + t' \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) t + \text{constante};$$

et puisque nous savons que

$$e = e', \text{ quand } t = t',$$

on a

$$e' = \frac{t'^2}{2C} + t'^2 \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) + \text{constante};$$

mais pour la première partie du mouvement, on sait que

$$e' = \frac{t'^2}{2C'},$$

et par suite

$$e = \frac{t^2}{2C} + t' \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) t - t'^2 \left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C} \right).$$

Cette équation donnera à chaque instant la relation entre le temps et l'espace parcouru. On voit que, pour $t = 0$, elle donne pour e une valeur négative, et que la relation entre ω et t donne pareillement, pour $\omega = 0$, une valeur négative de t ; ce qui montre que l'origine de la seconde partie de la courbe du mouvement est en dessous et à gauche de celle de la première période; ou, en d'autres termes, que, pour que cette courbe du mouvement eût été fournie par l'action seule du poids P , il eût fallu qu'il agît depuis plus long-temps et pendant un plus long espace qu'il ne l'a fait réellement dans l'expérience; ce qui d'ailleurs est évident *à priori*. L'examen des valeurs de $\frac{de}{dt}$ relatives aux deux périodes, montre de plus que pour

$$t = t' \quad \text{et} \quad e = e',$$

ces deux courbes ont la même tangente.

L'équation ci-dessus de la deuxième période du mouvement, manquant du produit et et du carré e^2 , il est clair qu'elle appartient encore à une parabole, mais dont l'origine est différente de celle de la courbe relevée du mouvement. Il suit de là que l'axe des temps, dans la courbe relevée, n'est plus une tangente à cette seconde parabole, mais bien une sécante, et que pour déterminer le foyer de cette courbe, on ne peut plus employer le théorème de Maclaurin, et qu'il faut recourir à celui de M. Poncelet, que j'ai cité plus haut.

Quoiqu'en apparence un peu étrangère au compte que j'ai à rendre des expériences, cette recherche m'a été fort

utile par cette dernière conséquence, car je ne l'avais pas aperçue *à priori*; et en appliquant le théorème de Maclaurin, j'avais trouvé quelque incertitude sur la détermination du foyer des paraboles.

Au reste, on verra que j'ai presque entièrement cessé d'employer les petites caisses et même le levier, par suite de l'observation que j'ai été conduit à faire des effets d'une légère vibration sur le départ du traîneau, de sorte qu'il n'y a plus eu lieu de distinguer ces deux périodes du mouvement; ce qui a fait alors rentrer toutes les expériences dans le cas où le mouvement ne se produit que sous l'action seule du poids P.

Cas où le mouvement est uniforme.

23. Les calculs précédens, établis pour déterminer la loi du mouvement lorsque le poids P est supérieur au frottement, peuvent aussi s'appliquer au cas du mouvement uniforme et du mouvement retardé.

Examinons le premier. On a alors

$$T = F,$$

et par suite

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{d^2e}{dt^2} = 0,$$

d'où

$$\frac{de}{dt} = \text{constante.}$$

Ainsi le mouvement doit se continuer en ligne droite avec la vitesse

$$r\omega' = \frac{de'}{dt} = \frac{t'}{C'} = \frac{0,95 (P + P') - F - 0,086}{\frac{Q}{g} + 0,95 A'} t',$$

que le traîneau possédait à l'instant où le poids P' a cessé d'agir. Nous verrons plus loin une application de cette formule à un cas de mouvement uniforme.

Cas où le mouvement est retardé.

24. Pour le second cas, celui du mouvement retardé, il suffit d'observer qu'alors $d\omega$ est de signe contraire à dt , et qu'on a dans la deuxième période

$$\frac{rd\omega}{dt} = - \frac{F - 0,95 P + 0,086}{\frac{Q}{g} - 0,95 A} = - \frac{1}{C_1},$$

en posant

$$\frac{F - 0,95 P + 0,086}{\frac{Q}{g} - 0,95 A} = \frac{1}{C_1};$$

d'où l'on tire

$$rd\omega = - \frac{t}{C_1} + \text{constante.}$$

En se rappelant que pour

$$t = t' \quad \text{on a} \quad r\omega = r\omega' = \frac{t'}{C'},$$

cette équation devient

$$r\omega = \frac{de}{dt} = - \frac{t}{C_1} + t' \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1} \right);$$

on en déduit en intégrant

$$e = - \frac{t^2}{2C_1} + t' \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1} \right) t + \text{constante};$$

et pour

$$e = e' = \frac{t'^2}{2C'} \quad \text{et} \quad t = t',$$

on trouve

$$0 = t'^2 \left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C_1} \right) + \text{constante},$$

ce qui donne

$$e = - \frac{t'^2}{2C_1} + t' \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1} \right) t - t'^2 \left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C_1} \right).$$

Au moyen de cette équation, on pourra calculer la courbe du mouvement retardé.

Le traîneau sera arrêté quand on aura

$$r\omega = 0,$$

ce qui donne

$$t = t'C_1 \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1} \right),$$

et par suite

$$e = \frac{t'^2 C_1}{2} \left[\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1} \right)^2 + \frac{1}{C'^2} \right].$$

Application numérique des formules.

25. Après cet exposé des diverses formules à appliquer au calcul des expériences, je vais montrer, par un exemple, comment j'y ai procédé. Choisissons l'expérience deuxième du troisième tableau, où le chêne frottait, sans enduit, sur du chêne, les fibres étant parallèles au sens du mouvement.

Le départ du traîneau a été déterminé par l'action simultanée du levier coudé *ced* et de la caisse descendante; mais nous avons vu (20) que pour le calcul du frottement pendant le mouvement, nous n'avons pas à nous occuper de l'effet du premier. Voici les données de ce calcul.

On a

$$P = 92^{\text{ml}}, 22, \quad Q = 133^{\text{ml}}, 86.$$

Le tracé de la courbe et la recherche de son foyer ont donné, pour son paramètre,

$$2C = 2^{\text{m}}08, \quad \text{d'où} \quad \frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C} = 0,961;$$

par suite la formule

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{2}{2C} \right] = 0^{\text{ml}}, 086$$

nous donne

$$T = 78^{\text{ml}}, 45.$$

L'autre formule

$$F = T - \frac{Q}{g} \frac{rd\omega}{dt},$$

donne

$$F = 65^{\text{ml}}, 34.$$

Le rapport du frottement à la pression, dans cette expérience, est donc

$$\frac{F}{Q} = \frac{65,34}{133,86} = 0,488.$$

Pour les expériences où le mouvement est uniforme, on a, comme nous l'avons vu (21),

$$T = F = 0,95 P.$$

Ainsi, par exemple, pour la seizième du troisième tableau, encore relative au frottement du chêne sur le chêne, sans enduit, et fibres parallèles, on a

$$Q = 199^{\text{ml}}, 52, \quad P = 95^{\text{ml}}, 84,$$

$$F = 91^{\text{ml}}, 04;$$

et par suite

$$\frac{F}{Q} = \frac{91,04}{199,52} = 0,456.$$

C'est par l'emploi convenable de l'une ou de l'autre de ces formules, que j'ai calculé les résultats des expériences, et formé les tableaux que je vais donner successivement, avec les observations particulières relatives au frottement des différens corps sur le chêne.

RÉSULTAT DES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT.

Frottement du chêne sur le chêne sans enduit. Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

26. Le bois de chêne employé dans les expériences, dont le tableau III offre les résultats, est du chêne de Lorraine, de montagne, n'ayant que peu de nœuds et point de gerçures, un peu tendre et gras, de plusieurs années de coupe, débité en madriers depuis plus de quatre ans. Le mètre cube pèse 712 kilogrammes.

TABLEAU III.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\alpha}{dt} = \frac{2}{2C}$	FROTTEMENT F.	RAPPORT du FROTTEMENT à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE DU MOUVEMENT		OBSERVATIONS.
									Uniforme.	Accélééré à trois mètres de course.	
1	Mètres carrés. 0,26	Kil. 133,86	Kil. 67,37	Kil. 64	Mètres. "	"	Kil. 64	0,477	Mètres. 0,69	Mètres. "	Mouvement uniforme.
2	id.	133,86	92,22	78,45	2,08	0,961	65,34	0,488	"	2,37	"
3	id.	151,21	77,55	73,67	"	"	73,67	0,487	"	"	Mouvement uniforme.
4	id.	440,01	228,66	217,23	"	"	217,23	0,493	0,41	"	Mouvement uniforme.
5	id.	440,01	276,59	243,32	2,79	0,710	211,48	0,480	"	2,05	"
6	id.	679,73	421,78	371,43	2,83	0,706	321,52	0,472	"	2,04	"
7	id.	1039,03	577,51	528,19	5,54	0,361	489,96	0,471	"	1,92	"
8	id.	1039,03	505,51	480,23	"	"	480,23	0,460	1,07	"	Mouvement uniforme. Les semelles sont noircies en certains endroits, avec odeur de bois brûlé.
						Moyenne partielle		0,478	"	"	
9	0,088	46,29	29,45	24,56	6,28	0,318	23,06	0,498	"	1,37	"
10	id.	49,21	25,66	24,38	"	"	24,38	0,496	1,28	"	Mouvement uniforme.
11	id.	54,66	28,52	27,09	"	"	27,09	0,495	1,50	"	Mouvement uniforme.
12	id.	54,66	44,61	34,66	1,26	1,587	25,82	0,472	"	3,07	"
13	id.	102,84	84,71	69,18	1,55	1,290	50,05	0,486	"	2,72	"
14	id.	103,21	60,14	53,40	3,46	0,578	47,32	0,460	"	1,86	"
15	id.	150,88	73,78	70,09	"	"	70,09	0,464	1,25	"	Mouvement uniforme.
16	id.	199,52	95,84	91,04	"	"	91,04	0,456	0,61	"	Mouvement uniforme.
17	id.	199,61	95,42	90,65	"	"	90,65	0,454	0,85	"	Mouvement uniforme.
						Moyenne partielle		0,476	"	"	
18	0,0031	97,79	49,25	46,79	"	"	46,79	0,477	1,06	"	Mouvement uniforme.
19	id.	145,76	79,57	70,16	3,06	0,653	60,46	0,483	"	1,81	"
20	id.	273,89	212,56	176,58	1,66	1,200	133,08	0,484	"	2,70	"
						Moyenne partielle		0,481			
						Moyenne générale...		0,478			

Remarques sur les résultats contenus dans le tableau III.

27. On a déjà vu que la forme parabolique des courbes du mouvement, dans tous les cas où le mouvement est accéléré, est un résultat général et sans exception de l'expérience et du relèvement : il s'ensuit donc que le système n'est soumis qu'à des forces constantes. Le tableau précédent donne la valeur du paramètre de chaque parabole, et celle de la force accélératrice ; de plus, le rapport du frottement à la pression est sensiblement constant, bien qu'on ait fait varier les pressions depuis 40 et quelques kilogrammes jusqu'à plus de 1000 kilogrammes ; les surfaces de contact depuis $0^{\text{m}},0031$ jusqu'à $0^{\text{m}},26$, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 84, et les vitesses depuis les plus faibles jusqu'à 3 mètres par seconde, ce qui dépasse de beaucoup les plus grandes vitesses des pièces frottantes dans les machines. On peut donc conclure de ces expériences :

- 1°. Que le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, fibres parallèles au sens du mouvement, est constant et proportionnel à la pression ;
- 2°. Qu'il est indépendant de la vitesse ;
- 3°. Qu'il est indépendant de l'étendue de la surface de contact.

Ainsi se trouvent vérifiées, pour ce cas, les lois que Coulomb n'avait annoncées que comme des approximations. Quant à la valeur moyenne que ces expériences donnent pour le rapport du frottement à la pression, on voit qu'elle est égale à

$$0,478 \text{ ou } 0,48 ;$$

et l'on remarquera que cette valeur moyenne ne diffère

au plus que de $\frac{1}{24}$ des quatre résultats qui s'en écartent le plus, ce qui est bien peu de chose pour des pressions et des surfaces si diverses; de plus, ce rapport est le même dans les mouvemens uniformes et dans les mouvemens accélérés.

Si nous parcourons, au contraire, les résultats obtenus par Coulomb (*), nous voyons que la surface de contact restant la même et égale à 3 pieds carrés, ou environ $0^m,30$, ce qui correspond à peu près à la plus grande surface que j'aie soumise à l'expérience, et la pression variant de 74 livres, ou environ 37 kilogrammes, jusqu'à 2474 livres, ou 1200 kilogrammes, ce qui répond aussi aux pressions extrêmes employées dans les nouvelles expériences; nous voyons, dis-je, que les valeurs qu'il a trouvées pour le rapport du frottement à la pression varient de

$$0,102 \text{ à } 0,179,$$

c'est-à-dire à peu près du simple au double, et que de plus elles sont beaucoup au-dessous de celle que nous avons obtenue.

Si ensuite nous comparons entre eux les résultats de Coulomb, relatifs à des surfaces différentes, depuis les plus petites jusqu'à celles de 3 pieds carrés, ou $0^m,30$ environ, on voit que la valeur qu'il trouve pour le même rapport varie de

$$0,069 \text{ à } 0,179,$$

c'est-à-dire à peu près du simple au triple.

Il est donc impossible, malgré le respect et la confiance

(*) *Mémoires de Mathématiques et de Physique, présentés à l'Académie des Sciences, etc.*, tome X, page 197 et suivantes.

que doit inspirer la mémoire de ce célèbre physicien, de ne pas admettre qu'il lui soit échappé quelque erreur : aussi les conclusions qu'il tire de ses expériences ne sont-elles présentées par lui que comme des approximations. Examinons-les, et comparons-les à nos résultats.

Comparaison des résultats obtenus par Coulomb, avec ceux des nouvelles expériences.

28. Dans le résumé qu'il présente de ses expériences (page 208 du T. X des *Mémoires de l'Académie*), les plus grandes vitesses qu'il rapporte sont de 4 pieds en 4", ou 0^m,32 en 1", tandis que dans les nouvelles, la vitesse va jusqu'à 3 mètres et plus en 1", et toujours elles ont indiqué que le frottement est indépendant de la vitesse et de l'étendue de la surface, résultat d'accord avec ses conclusions : mais il dit ensuite que, dans la pratique, on pourra prendre pour le rapport du frottement à la pression, 0,105 ; et, d'après lui, on a généralement adopté 0,11, tandis que les expériences dont je rends compte donnent, pour valeur constante de ce rapport,

0,48.

Si l'accord des résultats ne suffisait pas pour en attester l'exactitude, j'ajouterais que l'examen des expériences où le mouvement, produit d'abord par le concours simultané des petites caisses M et de la caisse descendante K (Pl. 1 et 2), s'est ensuite retardé sous l'action seule de la caisse K, a constamment montré que ce retard avait lieu toutes les fois que l'effort exercé sur le traîneau ou la tension de la corde était moindre que 0,48 de la pression. On verra d'ailleurs, plus loin, que ces expériences fournissent à très peu près la même valeur pour ce rapport. Je relaterai tout à l'heure quelques circonstances

qui, comparées à ce que dit Coulomb dans son Mémoire, montrent qu'il a nécessairement été trompé sur l'état des surfaces qu'il a employées, et qui peuvent même laisser soupçonner la cause probable de son erreur.

Dans sa troisième remarque, page 204, il dit que quand la pression n'est que de 25 livres pour 1 pied carré, ce qui revient à peu près à 136 kil. par mètre carré, le frottement croît avec la vitesse, ce qu'il attribue à la présence d'un *duvet qui se pénètre avec facilité*, à la manière des crins de deux brosses, et qu'il faut ployer pendant le mouvement des surfaces. Or, on voit, par les premières expériences, que sous des pressions de 133 kil. sur 0^m,26, ou environ 511 kil. par mètre carré, la valeur du frottement reste indépendante de la vitesse, quoique celle-ci ait été jusqu'à 2^m,37 par seconde.

Enfin il termine, page 205, en observant que, pour les petites surfaces, le rapport du frottement à la pression paraît diminuer à mesure que les pressions et les vitesses augmentent. Le tableau III prouve, au contraire, que ce rapport reste le même sous des pressions qui ont varié du simple au triple, depuis 3 kil. jusqu'à 9 kil. environ par centimètre carré, et jusqu'à des vitesses de 2^m,70 par seconde. Si je croyais, au contraire, avoir lieu de signaler une légère différence dans le cas des très petites surfaces, je serais porté à dire que, passé certaine limite, et à peu près vers celle de 8 à 9 kil. de pression par centimètre carré, le frottement augmente au lieu de diminuer, ce qui tiendrait à une altération que j'ai observée dans l'état de la surface, qui dans quelques endroits paraissait déchirée, et montrait de petites fibres de bois rompues et rebroussées; ce qui en altérerait nécessairement le poli. Mais ces pressions étant de beaucoup supérieures à toutes celles que l'on peut être dans le cas d'employer dans la pra-

tique, puisqu'elles reviennent à 80 ou 90000 kil. par mètre carré, on voit que, dans toutes les limites de la pratique, il n'y a lieu d'admettre aucune altération dans la valeur du rapport.

Examen de quelques circonstances particulières du frottement du chêne sur le chêne. Altération du poli des surfaces glissant à sec les unes sur les autres.

29. Après cette discussion des conclusions présentées par Coulomb, examinons quelques circonstances des expériences. On a vu qu'elles se faisaient dans la halle des fontes de l'ancienne fonderie, vaste local, bien aéré, à l'abri des excès d'humidité et de sécheresse, où la température variait peu. C'est dans les mois de mai et juin que j'ai opéré sur le chêne; les semelles avaient été mises parfaitement de niveau sur les deux sens; les surfaces, bien dressées, se joignaient aussi exactement que possible; elles étaient polies à la préle avec le plus grand soin; avant chaque expérience on les brossait, pour enlever le peu de poussière qui pouvait s'y être déposée; on les essuyait ensuite avec un linge doux et bien sec. Malgré toutes ces précautions, avec les grandes comme avec les petites surfaces, sous les fortes comme sous les faibles charges, à des vitesses lentes ou rapides, il n'a jamais été possible, non-seulement d'augmenter le poli du bois, comme Coulomb dit y être parvenu (page 197), mais même de conserver celui qui lui avait été donné par l'ouvrier.

En examinant, après chaque course, l'état des semelles et des bandes de frottement, on les trouvait chargées de petits grains bruns, formant saillie, et rassemblés en plus grande proportion sur les dernières. Ces grains, durs et adhérens au bois, s'y incrustaient, et traçaient sur

les semelles des sillons qui pouvaient avoir quelquefois jusqu'à 0^m,001 à 0^m,002 de profondeur. Lorsqu'on les enlevait et qu'on les réduisait en poudre, ils offraient, à l'œil et au toucher, identiquement la même apparence que de la sciure ou poussière de bois très fine. Sur les semelles, ces aspérités étaient à peu près indifféremment répandues sur toute la longueur; mais sur les bandes de frottement elles se rassemblaient principalement à l'avant et à l'arrière. D'ailleurs, leur nombre et leur grosseur, quoique un peu plus grands sous les fortes pressions que sous les petites, ne paraissaient pas être en proportion avec l'intensité absolue du frottement. Une seule course du traîneau suffisait pour la formation de ces grains et pour altérer complètement le poli des surfaces. Toutes les fois qu'on a voulu ramener le traîneau en arrière, en le faisant glisser avec sa charge, leur nombre et leur grosseur se sont tellement augmentés qu'il n'aurait plus été possible d'obtenir des résultats comparables, si on ne les eût enlevés.

Cette altération de la surface des corps frottant à sec, les uns sur les autres, est un fait bien connu des ouvriers, dont les outils en offrent sans cesse des exemples, par les traces dont ils sont sillonnés; et je l'ai observée sur tous les bois soumis cette année à l'expérience, sur le chanvre, sur le cuir non corroyé, et même sur les métaux, quoiqu'à un degré beaucoup moindre. Dans aucun des cas où les surfaces frottantes étaient complètement sèches et sans enduit, il n'y a eu moyen de l'éviter. Il semble donc impossible de se refuser à admettre que Coulomb a été induit en erreur; mais comment comprendre qu'une altération si remarquable ait échappé à un si exact et si scrupuleux observateur? Pour l'expliquer, je crois devoir anticiper sur le compte que j'aurai à rendre des expériences

sur le frottement du fer sur le chêne, et rapporter une circonstance qui a failli m'induire en une erreur pareille et me conduire à des résultats bien différens de ceux que j'ai obtenus depuis.

Parmi les corps que j'ai soumis cette année à l'expérience, se trouve le cuir noir corroyé, employé pour les courroies de transmission de mouvement. J'ai fait sur le frottement de ce corps, sur le chêne, quelques essais dans lesquels j'ai employé de vieux cuirs encore imprégnés de graisse, et des cuirs neufs qui n'avaient que celle qu'on leur donne au corroyage. On trouvera plus loin les résultats de ces expériences. Dans les essais, je n'ai remarqué aucune altération du poli du cuir, et le chêne des semelles a paru au contraire se polir. Le passage du cuir y était marqué par une trace unie, luisante et d'une couleur un peu plus foncée que les parties latérales. Je ne pensais pas d'abord que la graisse du cuir fût pour quelque chose dans ce changement de la surface; et trouvant, après ces expériences, que les semelles avaient un poli que je n'avais pas encore pu obtenir, je me gardai de l'altérer par l'usage de la préle, et procédai de suite à l'étude du frottement du fer sur le bois de chêne. J'obtins alors des mouvemens très réguliers, et une si grande égalité dans les tensions indiquées par le dynamomètre, que les courbes de tension étaient exactement circulaires dans les mouvemens lents. Le frottement paraissait si constant pendant toute la course, que le traîneau marchait sans hésitation et avec une continuité parfaite, à une vitesse à peu près uniforme de 1^m en 960^{''}. Je me hâtai de relever ces expériences, pour les comparer à celles de Coulomb, et voir si elles indiqueraient encore autant de différence dans la valeur du frottement; mais je trouvai, comme lui, que le frot-

tement du fer sur le chêne était 0,08 environ de la pression. Quelques jours après je repris la même recherche, en y employant des surfaces plus petites; mais, dans l'intervalle, il avait fallu nettoyer les semelles, les gratter et les polir; la couche onctueuse qu'y avait laissée le cuir gras, avait disparu, et le frottement se trouva de suite égal à 0,60 environ de la première. Je recommençai les premières expériences, avec les mêmes surfaces et dans les mêmes circonstances, et j'obtins toujours le même rapport 0,60 à très peu près. En même temps je remarquai, comme il sera dit plus loin au sujet de ces expériences, que le poli du fer s'altérait, que la surface se rayait, et qu'elle était parsemée de petits grains noirs, d'apparence métallique, provenant de l'usé des corps en contact; ce qui était tout-à-fait conforme à ce que l'on avait observé pour le chêne. On voit, par cet exposé, combien la plus légère couche d'enduit ou le simple frottement d'un corps gras, peut altérer les résultats; et dès lors, pour expliquer la différence des miens à ceux de Coulomb, il suffit d'admettre que les ouvriers qu'il employait à ses expériences, auront obtenu le poli apparent des surfaces en les frottant ou en les nettoyant avec quelque corps légèrement gras.

Cette explication pourra d'ailleurs être vérifiée, par la suite, lorsque j'aurai l'occasion de faire des expériences sur l'effet des enduits; pour le moment elle paraît assez plausible. D'ailleurs, c'est plutôt pour la satisfaction de l'esprit, que pour confirmer les résultats que j'ai obtenus, que je la présente; car leur accord et la généralité de cette altération, inaperçue par Coulomb, ne me permettent pas d'élever des doutes sur leur exactitude. J'ajouterai que, pour ne pas compliquer les expériences des variations que l'accumulation de ces grains pouvait apporter

dans les résultats, j'ai eu soin, après chaque course, de faire décharger et retourner le traîneau, pour l'examiner et enlever ces grains, afin que l'expérience suivante fût faite sous le même état des surfaces.

Je terminerai cet examen des expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, par deux applications des formules que j'ai établies précédemment pour le calcul de la loi du mouvement du traîneau.

Applications des formules du n° 22.

30. Pour la première, relative à un cas du mouvement accéléré, nous prendrons les données de la deuxième expérience déjà citée, en admettant les lois établies et la valeur 0,48 du rapport du frottement à la pression; nous allons déduire des formules la valeur de la force accélératrice et l'équation de la courbe du mouvement. On a

$$Q = 133^k,86, \quad P = 92^k,22, \quad g = 9^m,8088,$$

$$\frac{Q}{g} = 13,64, \quad F = 0,48 \times 133^k,86 = 64^k,25,$$

$$A = 0,516 + \frac{P}{g} = 9,91;$$

on déduit donc de l'équation,

$$\frac{rd\omega}{dt} \left(\frac{Q}{g} + 0,95 A \right) = 0,95 P - F - 0^k,086,$$

$$\frac{rd\omega}{dt} = 1, \quad \text{et par suite } r\omega = t,$$

la constante étant nulle, si nous supposons que ω et t sont pris à partir de l'origine vraie de la courbe.

On déduit de là

$$e = \frac{t^2}{2} \quad \text{ou} \quad t^2 = 2e;$$

c'est-à-dire que le paramètre de la parabole est $2c = 2$ et la force accélératrice $\frac{rd\omega}{dt} = 1$. Or le tracé direct, déduit du relèvement de l'expérience, nous a donné

$$2c = 2,08 \quad \text{et} \quad \frac{rd\omega}{dt} = 0,96;$$

mais aussi la valeur qu'elle fournissait pour le rapport du frottement à la pression est

0,488. au lieu de la valeur moyenne 0,48.

La seconde application que je donnerai est relative à un cas de mouvement uniforme, offert par la seizième expérience du tableau III. Nous allons examiner comment le traîneau passe du mouvement uniformément accéléré, qui lui avait été communiqué par l'action simultanée des petites caisses M et de la caisse K, au mouvement uniforme.

Pour la première période de ce mouvement, nous avons l'équation

$$\frac{rd\omega'}{dt'} \left(\frac{Q}{g} + 0,95 A' \right) = 0,95 (P + P') - F - 0^k,086;$$

les données de l'expérience sont

$$Q = 199^k,52, \quad P = 95^k,84, \quad P' = 58^k,45, \quad \frac{Q}{g} = 20^k,33,$$

$$F = 0,48 Q = 95^k,77,$$

$$A' = 0,516 + \frac{P + P'}{g} = 0,516 + 15,72 = 16,23;$$

on en déduit,

$$\frac{rd\omega'}{dt'} = \frac{0,95 (P + P') - F - 0,086}{\frac{Q}{g} + 0,95 A'} = 1,41;$$

et par suite,

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 1,41 t',$$

et

$$e' = \frac{1,41}{2} t'^2.$$

Les caisses M cessant d'agir, après être descendues de

$$e' = 0^m,035,$$

on trouve que cet espace a été parcouru dans un temps

$$t' = 0'',2227,$$

et que la vitesse à cet instant est

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 1,41 t' = 0^m,314.$$

Comparaison des résultats de l'expérience avec ceux du calcul, par un cas où le mouvement devient uniforme.

31. J'ai relevé la courbe du mouvement, dans cette expérience (Pl. 8, fig. 1), en prenant les chemins parcourus par des abscisses de grandeur naturelle, et les temps ou les ordonnées à l'échelle de 0^m,1 pour 1^{''}; mais, malgré la grandeur de cette échelle, la portion parabolique de cette courbe est trop courte pour qu'on puisse, avec une exactitude suffisante, trouver son paramètre par le tracé. Voici comment on peut y suppléer par le calcul.

On sait que, dans ce relèvement, la valeur absolue

des temps peut être affectée d'une erreur constante, en plus ou en moins, par suite de l'incertitude du point de départ. Le tracé rectifie cette erreur, quand on peut le faire, mais on peut aussi la corriger par le moyen suivant :

Admettons, par exemple, comme l'examen de la fig. 1, Pl. 8, paraît ici l'indiquer, que les valeurs de t seraient toutes trop grandes d'une quantité x ; on aura, en appelant t, t_1, \dots etc., les vraies valeurs des temps correspondantes aux valeurs adoptées t', t'', \dots etc.;

$$t_1 = t' - x, \quad t_2 = t'' - x \text{ etc.};$$

$2c$ étant le paramètre de la parabole du mouvement, et les espaces parcourus étant donnés exactement par le relèvement, on aura

$$\begin{aligned} (t' - x)^2 &= 2ce', \\ (t'' - x)^2 &= 2ce''; \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{t'' - x}{t' - x} = \sqrt{\frac{e''}{e'}} \quad \text{et par suite} \quad x = \frac{t' \sqrt{\frac{e''}{e'}} - t''}{\sqrt{\frac{e''}{e'}} - 1};$$

expression dans laquelle la substitution de différentes valeurs simultanées de e et de t donnera la valeur de x . En y introduisant celles qui sont fournies par le tableau suivant du relèvement de la courbe, on trouve

$$x = 0'',0436,$$

pour valeur moyenne de l'erreur; puis en diminuant toutes les valeurs de t de cette quantité constante, on a

$$2c = 1^m,315;$$

et par suite, pour la vitesse après une course,

$$e' = 0^m,035, \quad r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 0^m,32,$$

au lieu de $0^m,314$ trouvé plus haut directement par la formule.

L'accord du résultat, déduit du tracé et de celui du calcul, nous montre encore ici la confiance que méritent les moyens d'observation employés et les conséquences qu'on en a tirées; et si le petit excès de la vitesse donnée par la formule sur l'autre, n'est pas mis au nombre des incertitudes inévitables dans de pareilles expériences, il peut être attribué à la quantité d'action consommée au moment même du départ pour détacher le traîneau. Sachant, d'ailleurs, que l'excès d'effort à exercer pour produire cette séparation est assez grand, nous voyons, par la petitesse même de la quantité d'action qu'il exige, que la portion de course pendant laquelle il agit est extrêmement courte, ou plutôt que cette résistance, étrangère au frottement proprement dit, n'existe qu'au point même du départ, et cesse aussitôt que le mouvement est commencé. C'est, au reste, ce que des observations spéciales, d'un genre tout différent, confirmeront plus tard.

Examen détaillé de la courbe du mouvement de la seizième expérience du tableau III. (Fig. 1).

32. Cette expérience, où le mouvement est uniforme, offre cependant une circonstance qui mérite un examen particulier. Le relèvement général fait voir qu'au lieu d'être uniforme, à partir de $e = 0^m,035$, avec la vitesse $r\omega = 0^m,32$, le mouvement continue à s'accélérer jusque vers $e = 0^m,50$, où il devient uniforme avec la vitesse de $0^m,61$ en $1''$. Recherchons ce qui peut occasioner cette accélération; et, pour cela, comparons la loi de la courbe des tensions à celle du mouvement.

A cet effet, j'ai relevé, avec beaucoup plus de détail, la courbe tracée sur le plateau; et au lieu de partager le cercle de départ en 10 parties, je l'ai divisé en 100; puis, j'ai mesuré les angles correspondant à chacune de ces fractions du temps d'une révolution, et j'ai formé le tableau suivant :

Relèvement détaillé de la courbe du mouvement dans la seizième expérience du tableau III.

Vitesse uniforme du style, 1 tour en 4".

PARTIES de la circonférence DU STYLE.	TEMPS corres- ⁱ pondant.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par le plateau.	ESPACES parcourus dans le même temps par le traîneau.	PARTIES de la circonférence DU STYLE.	TEMPS corres- pondant.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par le plateau.	ESPACES parcourus dans le même temps par le traîneau.
0	0"	0°	0"	0,29	1" 16	174° 3	0 ^m 336
0,01	0,04	"	"	0,30	1,20	183,2	0,354
0,02	0,08	0,9	0,0017	0,31	1,24	189,4	0,366
0,03	0,12	2,1	0,0041	0,32	1,28	197,5	0,383
0,04	0,16	5,5	0,0101	0,33	1,32	205,5	0,398
0,05	0,20	9,6	0,0186	0,34	1,36	214,9	0,416
0,06	0,24	1,5	0,0290	0,35	1,40	223	0,431
0,07	0,28	20,5	0,0396	0,36	1,44	231,5	0,448
0,08	0,32	24,5	0,0473	0,37	1,48	239,2	0,463
0,09	0,36	28,5	0,0551	0,38	1,52	248,4	0,480
0,10	0,40	32,4	0,0627	0,39	1,56	257,6	0,498
0,11	0,44	3,7	0,0716	0,40	1,60	265,8	0,513
0,12	0,48	40,8	0,0729	0,41	1,64	274,6	0,531
0,13	0,52	"	"	0,42	1,68	263	0,546
0,14	0,56	"	"	0,43	1,72	289,7	0,560
0,15	0,60	"	"	0,44	1,76	299,8	0,581
0,16	0,64	75,9	0,1452	0,45	1,80	308,2	0,596
0,17	0,68	83,1	0,1608	0,46	1,84	317,2	0,614
0,18	0,72	88,5	0,1712	0,47	1,88	326,8	0,632
0,19	0,76	95,5	0,1849	0,48	1,92	335,8	0,647
0,20	0,80	102,5	0,1985	0,49	1,96	345,5	0,669
0,21	0,84	109,2	0,2115	0,50	2,00	355	0,688
0,22	0,88	116,6	0,225	0,51	2,04	366,2	0,709
0,23	0,92	123,5	0,239	0,52	2,08	377	0,730
0,24	0,96	132,5	0,256	0,53	2,12	388	0,751
0,25	1,00	140,5	0,271	0,54	2,16	399,5	0,773
0,26	1,04	149,7	0,290	0,55	2,20	412,5	0,797
0,27	1,08	158,2	0,306	0,56	2,24	424	0,820
0,28	1,12	166,3	0,322				

Pour pouvoir suivre en détail la loi du mouvement, j'ai construit (Pl. 8, fig. 1), la courbe dont ce tableau fournit les abscisses et les ordonnées, en prenant les espaces de grandeur naturelle et les temps à l'échelle de 1^m,1 pour 1".

Au-dessus de cette courbe du mouvement, j'ai tracé de même (fig. 2) la courbe des tensions, en prenant les tensions ou flexions du ressort de grandeur naturelle, mais en retranchant de celles-ci le rayon constant du cercle de repos du ressort (6).

Jetons un coup d'œil sur la planche 8, qui représente ces deux courbes. Nous voyons d'abord qu'à 0^m,035 de l'origine, la tangente à la courbe est inclinée sur l'axe des ordonnées à 0,315, ce qui est la vitesse déduite du relèvement. Mais, en même temps, le ressort cessant d'être soumis à l'action simultanée de P et de P', et n'étant plus tendu que par P, revient assez brusquement en arrière, en vertu de son élasticité, et ne conserve même plus la tension correspondante à P; aussi le mouvement se ralentit de suite. Bientôt le ressort, qui s'était trop débandé, dépasse, en sens contraire, son point de tension moyenne, le mouvement s'accélère un peu et tend à redevenir uniforme à une vitesse de 0^m,346 en 1". Il continue ainsi jusqu'à 0^m,155 environ, où l'on voit que le mouvement éprouve une petite accélération assez brusque, qui porte sa vitesse à 0^m,416, et qui correspond aussi à une nouvelle oscillation dans laquelle le ressort dépasse son point de tension moyenne. A 0^m,353 de course, la tension diminue un peu, et le mouvement se ralentit; mais bientôt il reprend une nouvelle vitesse uniforme encore égale à 0^m,416 en 1". Après un nouveau retard vers 0^m,55, le mouvement redevient uniforme à une vitesse un peu plus grande. Les oscillations du ressort

devenant de moins en moins sensibles, les variations dans la vitesse du traîneau diminuent; mais il continue cependant à se mouvoir par une suite de mouvemens uniformes dont les vitesses se rapprochent sans cesse de la vitesse générale, trouvée par le premier tracé de la courbe.

On voit, par cet examen, que chaque retard ou accélération du traîneau correspond à une oscillation du ressort, et il est facile de concevoir que, pour peu qu'il se trouve sur les semelles des parties susceptibles de se polir plus que les autres, telles que des nœuds et les fibres qui les avoisinent, comme il en existe en effet plusieurs près du point de départ, il devra se faire à chacun de ces endroits une petite accélération. Ces petits changemens de vitesse se faisant par une succession bien marquée de mouvemens uniformes, il me semble qu'ils n'infirmen en rien les conséquences générales que nous avons posées.

Examen des expériences dans lesquelles le mouvement du traîneau est retardé.

33. J'ai dit que dans certaines expériences, où l'effort constant exercé par la caisse descendante était au-dessous de 0,48 de la pression, le mouvement du traîneau, produit par l'action simultanée des poids P et P', était retardé et même arrêté. Je n'ai pas rapporté les données de ces expériences dans le tableau précédent, parce qu'elles ne pouvaient donner qu'une limite inférieure au-dessus de laquelle devait se trouver le frottement; mais je vais les réunir ici, pour faire voir que si elles ne sont pas d'un usage commode pour la détermination du frottement, elles peuvent cependant servir de vérification à *posteriori* aux résultats déduits des autres expériences.

En admettant, en effet, les lois déduites des autres

expériences, c'est-à-dire en supposant que le frottement soit constant et indépendant de la vitesse, on voit facilement que si l'on appelle

T la tension de la corde produite par le poids P ;

T' celle qui est due au poids P' (*);

e le chemin total parcouru par le traîneau et par le poids P ;

e' le chemin parcouru par le traîneau pendant que P' agit, ou la hauteur dont les petites caisses sont descendues;

F le frottement regardé comme constant.

Le travail de l'inertie depuis le départ jusqu'au moment où le traîneau s'est arrêté, étant nul, on a

$$Te = 0,95 Pe \quad \text{et} \quad T'e' = 0,95 P'e';$$

et par suite,

$$Fe = T'e' + Te^{k.m}.$$

Sans se livrer à l'étude de ces mouvements retardés, il est facile de relever sur le plateau le chemin e parcouru dans la course. Par une mesure directe, j'obtenais e' ; on connaît dans chaque cas P et P' , on pourra donc facilement calculer F .

Le tableau suivant offre les données et les résultats de ce calcul.

(*) Je considère ici la tension totale de la corde comme étant égale à la somme des deux tensions T et T' , que les poids P et P' produiraient séparément, et je prends pour T et T' leurs valeurs moyennes.

TABLEAU IV.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, et dans lesquelles le mouvement a été retardé ou même arrêté.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface frottante.	Pression Q.	POIDS MOTEUR		TENSION de la corde		CHEMIN parcouru par		Frotte- ment F.	Rapport du frotte- ment à la pression
			Au départ P'.	Pendant le mouve- ment P.	Due à P' ou T'.	Due à P ou T.	Les petites caisses e'.	Le traineau c.		
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	mèt.	mèt.	kil.	
1	0,088	49,11	34,18	20,47	32,47	19,44	0,183	1,68	22,97	0,47
2	id.	49,11	34,18	21,47	32,47	20,39	0,175	2	22,55	0,46
3	id.	101,88	33,98	43,89	32,28	41,69	0,107	0,848	45,76	0,45
4	id.	101,88	33,98	44,89	32,28	42,64	0,100	2,238	44,04	0,43
5	id.	101,88	46,20	42,87	43,89	40,73	0,075	1,112	43,76	0,43
Moyenne.....										0,45

La valeur moyenne du rapport du frottement à la pression, déduite de ces expériences, est un peu plus faible que celle que l'on tire des précédentes; mais je dois faire observer que la mesure de e' était prise directement, en mesurant la hauteur du dessous des caisses M au-dessus des traverses destinées à les arrêter, et que, n'ayant pas attaché beaucoup d'importance à la détermination de cette hauteur, qui est tout-à-fait inutile pour le calcul de la plupart des expériences, je n'avais pas préparé de moyens précis d'observation. Il peut en résulter qu'il s'y soit glissé quelques petites erreurs, suffisantes pour produire cette différence.

On voit donc, que dans les trois cas possibles du mouvement accéléré, uniforme ou retardé, le frottement du chêne sur le chêne sans enduit, et fibres parallèles, suit exactement les lois que j'ai énoncées précédemment.

Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne sans enduit, fibres parallèles, après un contact prolongé.

34. Je n'ai encore fait aucune mention de quelques expériences dont le but était de déterminer l'effort nécessaire pour détacher deux surfaces de chêne en contact l'une avec l'autre, sans enduit, et fibres parallèles, depuis un temps plus ou moins long. D'après ce que j'ai rapporté au sujet de l'altération du poli des surfaces, et la description de l'appareil, on voit qu'il n'était pas disposé de manière qu'on pût mettre le traîneau en mouvement immédiatement après sa mise en place, ou même après quelques secondes, puisqu'il fallait, à chaque expérience, le décharger, le nettoyer, le reporter en arrière et le recharger; ce qui exigeait nécessairement un temps assez long, surtout pour les fortes pressions. J'ai donc dû me borner à observer l'effort nécessaire pour déterminer le départ après 15' au moins, et les résultats de ces expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU V.

Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface en contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	Effet total qui produit le départ ou frottement au départ.	Rapport du frottement au départ à la pression.	Observations
	mét. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,26	133,86	»	»	74,34	74,34	0,55	Dans toutes ces expériences, la durée du contact a dépassé 15'.
2	0,26	205,67	92,22	87,61	74,34	161,95	0,79	
3	0,26	440,01	121,25	115,18	218,29	333,47	0,76	
4	0,26	1039,03	421,78	400,69	290,97	691,66	0,66	
5	0,088	46,29	29,45	27,98	»	27,98	0,60	
6	0,088	151,21	107,58	102,20	»	102,20	0,67	
7	0,0031	97,79	»	»	53,64	53,64	0,55	
8	0,0031	145,76	»	»	79,76	79,76	0,55	
9	0,0031	194,24	»	»	127,48	127,48	0,65	
10	0,0031	273,89	»	»	150,23	150,23	0,55	

L'examen des résultats consignés dans ce tableau, nous montre que l'effort nécessaire pour détacher les surfaces en contact est bien loin d'être dans un rapport constant avec la pression, et que ses variations ne paraissent pas dépendre de l'étendue de la surface, puisque, pour une même surface, il varie énormément sous la même pression, tandis que pour des surfaces excessivement différentes, on lui trouve par fois la même valeur. D'ailleurs, si, d'après ces résultats si différens, il était permis de lui assigner une valeur moyenne, elle serait d'environ 0,60 à 0,65 de la pression; c'est-à-dire bien plus grande que celle indiquée par Coulomb, qui l'a prise égale à 0,44, valeur que je n'ai jamais trouvée.

Il semble donc naturel de croire que la résistance que l'on éprouve à faire glisser deux surfaces de chêne l'une sur l'autre, lorsqu'elles ont été en contact pendant quelque temps, tient à une cause particulière, dépendante non-seulement de la structure des corps, mais encore de la manière accidentelle dont les surfaces sont placées l'une sur l'autre. Tel serait, par exemple, un engrènement réciproque des fibres dures dans les fibres tendres des bois. On conçoit en effet facilement, dans cette hypothèse, qu'il faut un certain temps pour rendre cet engrènement complet, et que si les surfaces sont, par hasard, posées l'une sur l'autre, de manière qu'un assez grand nombre de fibres dures reposent sur d'autres fibres dures, l'engrènement sera beaucoup moins parfait et la résistance moins grande que dans le premier cas. On sent aussi que cet engrènement sera, toutes choses égales d'ailleurs, bien plus sensible, et sujet à bien plus d'irrégularités, lorsque les fibres des bois seront parallèles, que quand elles seront perpendiculaires entre elles. J'aurai, plus tard, occasion

de rapporter quelques faits intéressans au sujet du frottement au départ de l'orme sur le chêne. Ils font voir que la moindre vibration détruit cet engrènement, et que le départ se produit alors sous des tensions qui ne dépassent pas la valeur du frottement pendant le mouvement, d'où résultent plusieurs conséquences importantes pour la stabilité des constructions.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur le chêne sans enduit, les fibres des pièces frottantes étant perpendiculaires entre elles.

35. Je n'insisterai pas davantage, pour le moment, sur ces considérations, parce que j'aurai bientôt l'occasion d'y revenir; et je vais rendre compte des expériences relatives au frottement du chêne sur le chêne, lorsque les fibres du bois sont perpendiculaires entre elles.

Le relèvement et le calcul de ces expériences ont été faits d'une manière tout-à-fait analogue à ce que j'ai expliqué précédemment, et je ne crois pas nécessaire d'en donner un nouvel exemple. Les données consignées au tableau suivant suffisent pour les vérifier au besoin.

TABLEAU VI.

*Expériences sur le frottement du chêne en mouvement
sur du chêne, sans enduit.*

Les fibres des bandes frottantes sont perpendiculaires au sens du mouvement
et aux fibres des semelles.

TABLEAU

Expériences sur le frottement du chêne

Les fibres des bandes frottantes sont perpendiculaires

NUMÉROS des EXPÉRIENCES	ÉTENDUE de LA SURFACE de contact.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE ACCÉLÉRATRICE $\frac{rdv}{dt} = \frac{2}{2C}$	FROTTEMENT.
1	0,088	54,66	49,25	33,14	0,774	2,58	33,14
2	id.	128,09	49,25	44,96	5,48	0,364	40,21
3	id.	175,83	73,44	66,42	4,84	0,413	59,02
4	id.	224,44	85,31	78,73	7,84	0,255	72,90
5	id.	224,44	97,32	86,42	3,32	0,600	72,69
6	id.	424,98	133,45	126,77	"	"	126,77
7	id.	424,98	199,33	173,72	2,52	0,793	139,37
8	id.	904,67	354,73	315,64	3,26	0,613	259,11
9	id.	904,67	402,61	356,01	2,93	0,682	293,13
							Moyenne..
10	0,0040	182,72	73,26	69,60	"	"	69,60
11	id.	416,26	204,54	185,15	4,47	0,447	166,12
12	id.	662,48	407,98	347,66	2,68	0,746	297,29
13	id.	176,54	97,27	91,81	"	"	91,81
14	id.	176,54	145,05	122,74	1,94	1,03	104,21

Observations et conclusions relatives à ces expériences.

36. Le relèvement de toutes les courbes des expériences où le mouvement a été accéléré, a donné des paraboles; ce qui prouve que dans ce cas le frottement est encore entièrement indépendant de la vitesse. On voit, par le tableau VI, qu'il est proportionnel à la pression dans le rapport constant de 0,324 à l'unité, au lieu de 0,10 que Coulomb a déduit de ses expériences. L'accord de tous les résultats relatifs à la surface de contact de 0^m,088, et la présence de grains noirâtres semblables

VI.

en mouvement sur du chêne, sans enduit.

au sens du mouvement et aux fibres des semelles.

RAPPORT du FROTTEMENT à LA PRESSION	VITESSE DU MOUVEMENT		OBSERVATIONS.
	UNIFORME.	ACCÉLÉRÉ à 3 ^m de course.	
	mèt.	mèt.	
0,34	"	3,93	Mouvement uniforme.
0,31	"	1,48	
0,33	"	1,57	
0,32	"	1,23	
0,32	"	1,90	
0,30	"	"	
0,30	"	1,56	
0,29	"	1,91	
0,32	"	1,51	
0,324	"	"	
0,38	1,33	"	Mouvement uniforme.
0,39	"	1,64	
0,44	"	2,11	
0,52	1	"	Mouvement uniforme.
0,59	"	"	

à ceux que l'on a observés lorsque les fibres du bois étaient parallèles entre elles, quoiqu'en moindre quantité, nous montre encore qu'il s'est nécessairement glissé dans les observations de cet ingénieur, quelque erreur analogue à celle que j'ai déjà signalée au n° 29.

Quant à l'influence des surfaces, elle n'altère pas la loi de l'indépendance des vitesses, mais l'inégalité des valeurs trouvées pour le rapport du frottement à la pression exige quelque explication. Dans l'emploi de la surface frottante, réduite à 0^m,0040, j'ai remarqué, dans toutes les expériences, qu'outre la formation de petits grains noirâ-

tres, la surface du bois présentait des fibres déchirées, et, en quelques endroits, des traces charbonnées de 0^m,2 à 0^m,3 de longueur. Aussitôt que le traîneau avait passé sur ces endroits, on sentait, même à quelques pas de distance, une odeur de bois brûlé, et la partie des semelles ainsi altérée était encore sensiblement chaude après le passage. Il résulte de là que, dans toutes ces expériences de 0^m,0040, il y a eu altération du tissu du bois, et par suite une augmentation de frottement qui tient à ce que la pression était trop forte pour l'étendue de cette surface. Il semble donc que l'on ne doit rien en conclure contre la loi de l'indépendance des surfaces. Au reste, je me propose de reprendre cette série d'expériences, afin de ne laisser aucun doute à ce sujet.

Pour déterminer la loi du frottement au moment de la séparation des surfaces qui ont été quelque temps en contact, j'ai fait aussi quelques expériences dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU VII.

37. *Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres des bandes sont perpendiculaires à celles des semelles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante P.	TENSION de la corde T.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT TOTAL qui produit le départ ou frottement au départ.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mét. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,088	54,66	"	"	30,45	30,45	0,55	Dans toutes ces expériences, la durée du contact a dépassé 15'.
2	id.	128,09	"	"	68,12	68,12	0,53	
3	id.	224,44	"	"	114,42	114,42	0,51	
4	id.	904,67	354,73	336,99	194,01	531	0,58	
5	id.	1145,63	402,61	382,48	201,15	583,63	0,51	
6	0,0040	176,54	97,27	92,41	"	92,41	0,52	
7	id.	182,72	"	"	96,33	96,33	0,53	
8	id.	662,48	407,98	387,58	"	387,58	0,52	
Moyenne. . .							0,54	

On trouve ici beaucoup plus d'accord entre les résultats que dans les expériences analogues, pour le cas où les fibres étaient parallèles; ce qui paraît assez naturel, parce que dans le cas actuel les fibres du bois étant perpendiculaires les unes aux autres, s'il se fait un engrènement dû à leur contact prolongé, les causes de variation, que nous avons admises dans le précédent, n'existent pas. La valeur du rapport du frottement à la pression est moyennement égale à

0,54,

et par conséquent double de celle que Coulomb a trouvée. On voit d'ailleurs que l'étendue des surfaces ne paraît pas avoir d'influence sur cette valeur, quoique les surfaces diffèrent dans le rapport de 1 à 22, et que les pressions aient varié de 50 kil. à près de 1200 kil. On peut donc encore admettre que dans ce cas le frottement est proportionnel à la pression et indépendant des surfaces.

Frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit.

38. Le bois d'orme employé dans ces expériences est de l'orme de Lorraine, pesant 686 kil. le mètre cube, d'un grain doux et uni. Les pièces, ou semelles de chêne, sur lesquelles il glissait, sont les mêmes qui ont servi précédemment. Les bois étaient parfaitement secs, et leur surface nettoyée et essuyée avec soin avant chaque expérience, pour enlever tout corps étranger, s'il y en avait.

Le relèvement des courbes du mouvement a donné, dans tous les cas où le mouvement a été accéléré, des courbes paraboliques dont le foyer et le paramètre ont été exactement déterminés par le tracé.

TABLEAU

Expériences sur le frottement de l'orme VIII.

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de LA SURFACE de contact.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE ACCÉLÉRATRICE $\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$	FROTTEMENT F.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	millim.		kil.
1	0,1243	117,91	73,14	63,11	2,40	0,83	53,13
2	id.	117,91	84,98	69,40	1,54	1,29	53,90
3	id.	417,77	229,74	204,22	3,23	0,619	177,86
4	id.	417,77	217,75	199,71	6,10	0,328	185,75
5	id.	417,77	205,91	188,97	6,24	0,321	175,30
6	id.	417,77	301,26	238,37	1,24	1,61	169,82
7	id.	897,81	505,03	442,96	2,63	0,761	372,60
8	id.	897,81	456,94	420,36	6,54	0,305	392,45
9	id.	897,81	505,03	413,25	3,96	0,505	357,03
10	id.	897,81	588,85	500,96	1,97	1,015	408,07
11	0,0059	111	61,40	55,48	4,64	0,431	49,39
12	id.	176,64	141,10	109,12	1,14	1,754	77,73
13	id.	416,14	217,53	199,42	5,69	0,332	185,31
							Moyenne....

Le relèvement des courbes donnant encore des paraboles, et le tableau ci-dessus montrant que le frottement est indépendant des surfaces et proportionnel à la pression, dans le rapport moyen de

0,432

à l'unité, les lois observées pour le chêne sont encore vérifiées pour le cas actuel.

Après chaque expérience, l'examen des surfaces a fait voir qu'il se formait encore des grains noirâtres, comme dans le frottement du chêne sur le chêne; et cependant les bandes d'orme paraissaient avoir acquis tout le poli

VIII.

en mouvement sur le chêne, sans enduit.

elles au sens du mouvement.

RAPPORT du FROTTEMENT à LA PRESSION.	VITESSE DU MOUVEMENT		OBSERVATIONS.
	UNIFORME.	ACCÉLÉRÉ à 3 ^m de course.	
	mèt.	mèt.	
0,45	"	2,30	Les semelles se charbonnent en quelques endroits.
0,45	"	2,88	
0,42	"	1,97	
0,44	"	1,41	
0,42	"	1,37	
0,41	"	3,08	
0,43	"	2,26	
0,41	"	1,23	
0,41	"	1,73	
0,45	"	2,47	
0,45	"	1,60	Les semelles se charbonnent en quelques endroits, à partir de 1 mèt. de distance du départ, avec dégagement de chaleur très sensible.
0,44	"	3,20	
0,44	"	1,45	
0,432			

dont elles étaient susceptibles; ce qui ne les empêchait pas de s'user sur le chêne.

Pour nouvel exemple des opérations du relèvement et du calcul, je rapporte ici ce qui concerne la deuxième expérience du tableau VIII.

La figure 1, Pl. 9, représente la courbe du mouvement tracée par le style pendant l'expérience.

La figure 2, Pl. 9, représente la parabole qui résulte du relèvement de cette courbe.

La figure 3, Pl. 7, représente la courbe des tensions tracée par le pinceau adapté au ressort.

La figure 4, Pl. 7, représente le développement de cette courbe, ou la loi des tensions et des espaces parcourus.

Pour le calcul des résultats de cette expérience, on a

$$Q = 117^k,91, \quad P = 84^k,98, \quad 2C = 1^m,54, \quad \frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C} = 1,29.$$

La formule (n° 27)

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{2}{2C} \right] = 0^k,086,$$

donne

$$T = 69^k,40,$$

et la formule (n° 20)

$$F = T - \frac{Q}{g} \frac{rd\omega}{dt},$$

donne

$$F = 53^k,90;$$

et par suite,

$$\frac{F}{Q} = 0,45.$$

39. J'ai fait aussi quelques expériences sur l'effort nécessaire pour produire le mouvement lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact. Les résultats en sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU IX.

Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.

Les fibres des bandes sont parallèles à celles des semelles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante P.	TENSION de la corde T.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total qui produit le départ ou frottement au départ.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,1243	117,91	"	"	85,92	85,92	0,73	Dans toutes ces expériences, les surfaces ont été en contact pendant plus de 15'.
2	<i>id.</i>	417,77	229,74	218,25	106,57	324,82	0,76	
3	<i>id.</i>	897,81	456,84	434,09	106,57	540,66	0,60	
4	<i>id.</i>	897,81	588,85	559,40	"	559,40	0,62	
5	0,0059	176,64	141,10	134,33	"	134,33	0,76	

Influence d'un léger ébranlement sur la séparation des corps en contact depuis quelque temps.

40. On voit que dans le frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit, et fibres parallèles, après une certaine durée du contact, il règne la même irrégularité que dans celui du chêne sur le chêne, où les circonstances sont les mêmes, et que les différences observées ne paraissent pas provenir de l'étendue des surfaces. J'ai attribué ces variations à l'engrènement des surfaces, qui, d'après la manière accidentelle dont les fibres parallèles se trouvaient posées les unes sur les autres, pouvait être plus ou moins parfait, plus ou moins profond, et par conséquent opposer à leur séparation une résistance plus ou moins grande. Nous avons vu de plus, par une application des formules n° 31, que l'excès de la résistance qu'on éprouve pour

4. Savans étrangers.

produire le mouvement sur celle qui a lieu quand le traîneau est une fois en marche, n'agit qu'au point même du départ, et que la quantité d'action consommée par cet excès de résistance est nulle; ce qui paraît confirmer l'hypothèse qu'elle n'est due qu'à l'engrènement des surfaces. Mais cette supposition acquiert une apparence de vérité bien plus grande par les faits que je vais rapporter.

J'avais observé à plusieurs reprises, dans les expériences précédentes, que lorsque la charge de la caisse K, réunie à l'effort du levier *ced* ou à celui des petites caisses M, produisait un effort sensiblement supérieur à la valeur moyenne du frottement pendant le mouvement, je parvenais à faire partir le traîneau en frappant à la main un coup léger sur les extrémités des gîtes en chêne AA, perpendiculairement à leur longueur. Cet effet, plusieurs fois répété, appela mon attention; et dans la quatrième expérience du tableau VIII, la charge de 217^k,45 de la caisse ne produisant pas le départ, je fis frapper, par un des ouvriers que j'employais, un coup de maillet sur le bord des gîtes, perpendiculairement à leur direction et verticalement. Le traîneau se mit de suite en mouvement et continua sa course jusqu'au bout. Cependant, dans la deuxième expérience du tableau IX, la charge et les autres circonstances étant les mêmes, il avait fallu exercer sur le traîneau un effort total de

324^k,82

pour le détacher. Ainsi, le frottement, pendant le mouvement, étant, comme l'indique le tableau VIII, quatrième expérience, égal à

185^k,75,

la différence des deux résistances était de

139^k,07,

et un seul coup de maillet, frappé à la main, suffisait pour produire le même effet que ce surcroît de tension et occasionait le départ.

Pour obtenir, autant que possible, une mesure de cet effet des vibrations, qu'un choc occasionne dans la séparation des surfaces, je fis tomber successivement un poids de différentes hauteurs sur le bout des gîtes, immédiatement en arrière de l'extrémité des semelles *c*, et je trouvai, par plusieurs essais, qu'il suffisait de faire tomber 3^k de 0^m,5 de hauteur pour produire une vibration capable de détacher les surfaces engrenées et faire partir le traîneau. Or, en plaçant un verre d'eau au milieu de la portion des gîtes qui supportait la charge, il n'est résulté dans le niveau de l'eau, par suite de ce choc, que des oscillations très faibles, qui ont cessé de suite.

Il suit de là que dès que le traîneau est sollicité par un effort capable de vaincre le frottement pendant le mouvement, la moindre vibration suffit pour le faire partir. J'ai observé des effets analogues sur tous les bois que j'ai soumis cette année à l'expérience; et quoique je ne sois pas encore en mesure de rechercher les lois de cette résistance au départ, on peut cependant conclure de ce qui précède, que dans les constructions et dans les calculs relatifs à leur stabilité, on ne doit prendre pour le frottement que la valeur de cette résistance pendant le mouvement; car il n'existe pas d'édifice qui soit à l'abri d'une vibration causée par le passage d'un corps pesant dans son voisinage, ou le choc de quelque corps étranger.

Quoique l'étude de cette partie des effets du frottement demandât des expériences spéciales que je n'ai pas encore

pu faire, j'ai réuni dans le tableau suivant les résultats relatifs au frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit, fibres parallèles.

TABLEAU X.

Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	Pression.	Effort total nécessaire pour le départ.	Frotte- ment pendant le mouve- ment.	Excès de l'effort au départ sur le frottem. pendant le mouv.	PRODUIT DU POIDS dont la chute CAUSE LE DÉPART par la hauteur dont il est tombé.	OBSERVATIONS.
1	0,1243	117,91	85,92	53,13	32,79	"	
2	id.	117,91	"	"	"	"	Non observé
3	id.	417,77	324,82	177,86	146,96	"	
4	id.	417,77	"	185,75	"	"	Le départ a été produit par la vibration causée par un coup de maillet.
5	id.	417,77	"	175,30	"	$3 \times 0,5 = 1,5$	
6	id.	417,77	"	169,82	"	"	Non observé.
7	id.	897,81	"	372,60	"	$5 \times 0,6 = 3$	
8	id.	897,81	540,66	392,45	148,21	"	
9	id.	897,81	559,40	367,03	192,37	"	
10	id.	897,81	"	408,07	"	"	
11	0,0059	111	"	49,39	"	"	Le départ a été produit par un léger ébranlement à la main.
12	id.	176,64	134,33	77,73	56,60	"	
13	id.	416,14	"	185,31	"	$3 \times 0,4 = 1,20$	

Ce tableau, où les expériences sont les mêmes que celles du tableau VIII, et qui est déduit de celui-ci et du tableau IX, ne permet, comme on voit, d'asseoir aucune règle. La seule induction que l'on puisse en tirer, c'est qu'à surfaces égales et peut-être même à surfaces différentes, la quantité d'action à imprimer au corps choquant est à peu près proportionnelle à la pression.

Je me garderai d'insister sur cette induction, que je

ne présente que comme un aperçu, qui devra être éclairci par une étude particulière de cet ordre d'effets dû au contact prolongé des corps.

*Frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit.
Les fibres des bandes d'orme sont perpendiculaires au sens du mouvement et aux semelles en chêne.*

41. De même que dans toutes les autres expériences où le mouvement est accéléré, les courbes du mouvement sont des paraboles dont les foyers et paramètres ont été déterminés par le tracé.

TABLEAU XI.

Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres de l'orme sont perpendiculaires à celles du chêne et au sens du mouvement

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface en contact.		POIDS moteur pendant le mouvement P.	Tension de la corde pendant le mouvement.	PARAMÈTRE $2C$.	FORCE accélératrice $\frac{rda}{dt} = \frac{2}{2C}$	Frotte- ment.	Rapport du frottement à la pression.	Vitesse à 3 ^m de course.
	mèt. carré.	kil.							
1	0,0084	111	67,43	58,30	2,47	0,809	49,15	0,44	2,39
2	id.	182,82	109,52	95,75	2,70	0,740	81,96	0,45	1,90
3	id.	182,82	103,52	93,65	4,47	0,447	85,23	0,46	1,38
Moyenne...								0,45	

Dans ces expériences, on a observé, comme précédemment, la formation de grains noirâtres provenant de l'usage des surfaces. Du reste, les lois énoncées sont encore vérifiées, et le rapport constant du frottement à la pression est égal à

0,45.

Je joins à ces expériences deux observations sur le frottement au départ, après un contact prolongé.

TABLEAU XII.

42. *Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres de l'orme sont perpendiculaires à celles du chêne.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante.	TENSION de la corde.	Frottement pendant le mouvement.	EXCÈS du frottement au départ sur le frottement pendant le mouvement.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0084	111	67,43	64,06	49,15	14,91	0,57	La durée du contact a dépassé 15'.
2	<i>id.</i>	182,82	109,52	104,04	81,96	22,08	0,57	

D'après ces deux expériences, le rapport du frottement à la pression, dans le cas actuel, serait donc égal à

0,57.

Observation relative aux tableaux suivans.

43. Toutes les conséquences que l'on a déduites des expériences précédentes se trouvant confirmées par celles dont il me reste à rendre compte, je ne les répéterai pas pour chaque corps, et me contenterai des tableaux suivans, dans lesquels les résultats en sont consignés, et qui mettent ces conséquences en évidence. On y trouve, en effet, tous les élémens nécessaires pour s'assurer que les lois énoncées subsistent pour tous les corps soumis jusqu'ici à l'expérience. De plus, les observations relatives à l'usage et à l'effet d'une vibration légère s'appliquent aussi à tous

ces corps à des degrés plus ou moins grands, selon la nature de leurs fibres.

TABLEAU XIII.

44. *Frottement du frêne en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.		PARAMÈTRE.	FORCE ACCELERATRICE.	POIDS de la caisse descendante.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	
	mèt. carré.	kil.								
1	0,0823	123,06	3,68	0,543	61,47	54,81	49,00	0,40	1,67	
2	<i>id.</i>	123,06	2,08	0,966	71,50	61,53	49,42	0,40	2,40	
3	<i>id.</i>	549,10	7,60	0,263	265,48	245,25	230,53	0,42	1,26	
4	<i>id.</i>	549,10	1,96	1,020	337,37	286,59	229,50	0,42	2,47	
5	<i>id.</i>	1102,02	4,98	0,400	541,03	492,74	447,82	0,41	1,55	
6	0,0220	123,62	"	"	49,25	46,79	46,79	0,39	"	Mouvement uniforme, avec la vitesse de 0m,896 en 1".
7	<i>id.</i>	547,16	3,08	0,649	265,43	198,88	235,07	0,36	1,97	
Moyenne... 0,40										

TABLEAU XIV.

45. *Frottement du frêne sur le chêne lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des deux bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier <i>œil.</i>	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.	
1	0,0823	123,06	58,39	"	58,39	0,47		Il a fallu un très léger ébranlement pour détacher les surfaces.
2	<i>id.</i>	123,06	68,87	"	68,87	0,56		
3	<i>id.</i>	549,10	252,21	"	252,21	0,46	<i>id.</i>	<i>id.</i>
4	<i>id.</i>	549,10	320,59	"	320,59	0,58		
5	<i>id.</i>	1102,02	541,03	"	541,03	0,46	<i>id.</i>	<i>id.</i>
6	0,0220	547,16	252,16	"	252,16	0,46	<i>id.</i>	<i>id.</i>
Moyenne... 0,57								

Dans les 1^{re}, 3^e, 5^e et 6^e expériences de ce tableau, le rapport du frottement au départ à la pression est plus faible que dans les 2^e et 4^e; mais on doit observer que le départ ou la séparation des surfaces a été occasionné par un léger ébranlement, produit par un choc de la main sur le gîte. C'est pour ce motif qu'on a pris pour valeur moyenne celle qui répond à la 2^e et à la 4^e expérience.

TABLEAU XV.

46. *Frottement du sapin en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCÉLÉRATRICE.	POIDS DE LA CAISSE descendant pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTEMENT.	RAPPORT du frottem. à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1045	107,58	1,92	1,04	61,33	51,49	40,09	0,37	2,50	
2	<i>id.</i>	107,58	5,12	0,39	49,25	44,65	40,37	0,37	1,53	
3	<i>id.</i>	299,42	2,28	0,88	145,62	125,94	99,18	0,33	2,29	
4	<i>id.</i>	299,42	3,12	0,61	133,76	118,81	100,22	0,34	1,90	
5	<i>id.</i>	538,96	2,68	0,75	265,60	232,68	191,70	0,36	2,11	
6	<i>id.</i>	538,96	1,68	1,19	325,70	271,21	205,84	0,38	2,67	
7	<i>id.</i>	1019,20	3,42	0,58	457,71	408,58	347,91	0,34	2,10	
Moyenne.....								0,355		

TABLEAU XVI.

47. *Frottement du sapin sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface en contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier <i>ced.</i>	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
1	mèt. carré. 0,1045	kil. 107,58	kil. 58,26	kil. »	kil. 58,26	0,54	On trouve dans le rapport des inégalités analogues à celles observées sur le frottement au départ du chêne sur le chêne, fibres parallèles.
2	<i>id.</i>	107,58	46,79	»	46,79	0,44	
3	<i>id.</i>	299,42	138,34	»	138,34	0,46	
4	<i>id.</i>	539,96	309,41	»	309,41	0,57	
5	<i>id.</i>	1019,20	434,82	152,57	587,39	0,57	
Moyenne.....						0,52	

TABLEAU XVII.

48. *Frottement du hêtre en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface en contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
1	mèt. carré. 0,0902	kil. 114,79	mèt. 2,10	0,95	kil. 67,43	kil. 57,31	kil. 46,20	0,40	mèt. 2,39	
2	<i>id.</i>	114,79	1,98	1,01	61,55	51,87	40,05	0,35	2,46	
3	<i>id.</i>	804,42	2,16	0,926	409,25	351,56	275,56	0,34	2,35	
4	<i>id.</i>	804,42	1,30	1,538	505,25	403,80	277,51	0,35	3,03	
Moyenne....									0,36	

4. Savans étrangers.

TABLEAU XVIII.

49. *Frottement du hêtre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
1	mèt. carré. 0,0902	kil. 114,79	kil. 61,33	kil. »	kil. 61,33	0,53	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traîneau. Le traîneau est parti très brusquement.
2	<i>id.</i>	804,42	388,79	»	388,79	0,48	
3	<i>id.</i>	804,42	479,98	»	479,98	0,59	
Moyenne....						0,53	

TABLEAU XIX.

50. *Frottement du poirier sauvage en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
1	mèt. carré. 0,0858	kil. 107,02	mèt. 3,46	0,578	kil. 49,25	kil. 43,67	37,37	0,35	mèt. 1,86	
2	<i>id.</i>	107,02	1,24	1,612	73,49	60,49	42,91	0,40	3,10	
3	<i>id.</i>	418,84	3,30	0,606	193,25	171,86	145,99	0,35	1,90	
4	<i>id.</i>	418,84	3,12	0,641	217,25	192,54	165,12	0,39	1,96	
Moyenne....									0,37	

TABLEAU XX.

51. *Frottement du poirier sauvage sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
1	mètre carré. 0,0858	kil. 107,02	kil. 46,78	kil. »	kil. 46,78	0,44	
2	<i>id.</i>	418,84	183,79	»	183,79	0,44	
Moyenne....						0,44	

TABLEAU XXI.

52. *Frottement du sorbier en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendant pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1210	118,67	6,00	0,333	49,25	44,95	40,96	0,35	1,49	
2	<i>id.</i>	118,67	2,00	1,00	73,25	61,92	49,83	0,42	2,45	
3	<i>id.</i>	430,46	3,32	0,602	205,25	182,65	155,01	0,36	1,90	
4	<i>id.</i>	430,46	2,64	0,757	247,25	227,70	192,95	0,45	2,12	
5	<i>id.</i>	1006,46	4,28	0,467	529,25	478,54	430,63	0,42	1,55	
Moyenne.....								0,40		

TABLEAU XXII.

53. *Frottement du sorbier sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,1210	118,67	69,59	»	69,59	0,59	On a pris la moyenne entre la 1 ^{re} et la 2 ^e expérience, parce que dans la 3 ^e il a fallu un léger ébranlement pour produire le départ.
2	<i>id.</i>	430,46	234,89	»	234,89	0,55	
3	<i>id.</i>	1006,46	502,79	»	502,79	0,49	
Moyenne.....						0,57	

Frottement du fer en mouvement sur le chêne, sans enduit. Les fibres du fer et celles du bois sont parallèles au sens du mouvement.

54. Les bandes de fer employées dans ces expériences ont été dressées très exactement à la mécanique, dans les ateliers de MM. Pihet frères, de Paris, et polies à la lime douce et à l'huile. Avant de tenir compte des résultats, on les a fait glisser nombre de fois sur les semelles, et l'on a remarqué que leur poli a d'abord paru s'augmenter. Plus tard, dans le cours des expériences, ce poli s'est altéré, la surface des bandes s'est chargée de petits grains noirâtres d'apparence métallique, et s'est légèrement rayée dans le sens du mouvement, par le glissement de ces grains sur sa longueur. La surface du bois, par ces frottements répétés, recevait une teinte noirâtre métallique, présentant l'apparence d'un assez beau poli. On pouvait, dans ces expériences, ramener le traîneau en arrière avec sa charge, à l'aide du vindas et du palan, sans que les grains s'augmentassent sensiblement, et sans altérer le poli du bois; mais on avait soin, de temps à autre, de nettoyer les surfaces, afin que l'accumulation de ces petits grains métalliques n'augmentât pas le frottement.

Les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU XXIII.

*Expériences sur le frottement du fer en mouvement
sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres du fer et du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

TABLEAU XXIII.

Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du fer et du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT.	PRESSION.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélétratrice $\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$	FROTTEMENT.	RAPPORT du FROTTEMENT à la pression.	VITESSE à 3 mètres DE COURSE.	OBSERVATIONS.
	Mètres carrés.	Kil.	Kil.	Kil.	Mètres.	"	Kil.	"	Mètres.	
1	0,0502	283,41	193,25	183,59	"	"	183,59	0,647	"	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
2	id.	283,41	241,25	207,04	2,16	0,925	180,32	0,636	2,35	"
3	id.	283,41	277,25	225,58	1,45	1,38	185,73	0,654	2,89	"
4	id.	701,24	433,25	411,60	"	"	411,60	0,590	"	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
5	id.	701,24	481,25	430,83	3,58	0,558	390,95	0,564	1,83	"
6	id.	701,24	529,25	473,21	3,51	0,570	432,66	0,610	1,85	"
7	id.	701,24	565,25	482,80	2,04	0,98	412,75	0,588	2,42	"
8	id.	703,41	529,25	476,06	3,88	0,515	439,14	0,620	1,76	"
9	id.	703,41	457,25	434,39	"	"	434,39	0,620	"	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
10	id.	703,41	457,25	434,39	"	"	434,39	0,620	"	id.
11	0,0115	283,41	169,25	160,79	"	"	160,79	0,590	"	id.
12	id.	283,41	241,25	201,44	1,72	1,161	167,96	0,590	2,59	"
Moyenne.....								0,619		

Toutes les courbes des mouvements accélérés, dans ces expériences, sont des paraboles dont le foyer et le paramètre ont été déterminés par le tracé, et le rapport du frottement à la pression est moyennement égal à

0,62,

quelles que soient la surface et la vitesse. On voit donc que les lois trouvées précédemment sont encore celles que suit le frottement dans le cas actuel; tandis que

Coulomb dit (n° 57 et suiv.) que les vitesses croissent en progression géométrique quand les tractions croissent en progression arithmétique; d'où résulterait que le frottement diminue à mesure que les vitesses augmentent. L'accord des résultats consignés dans le tableau précédent ne permet pas de douter que l'incertitude des moyens d'observation employés par ce célèbre physicien, ne l'ait encore ici conduit à une conclusion qui n'est pas conforme aux lois de la nature.

Dans toutes ces expériences, j'ai trouvé que dès que la charge de la caisse descendante était suffisante pour vaincre le frottement du traîneau pendant le mouvement, il partait librement sans qu'il fût nécessaire d'employer l'action du levier coudé *ced*, ou même un léger ébranlement: ce qui montre que le frottement est le même pendant le mouvement et après un contact prolongé. Cela résulte, sans doute, de ce que, par suite de la différence de tissu du fer et du bois, ces corps ne s'engrènent pas, comme cela a lieu pour les bois posés les uns sur les autres.

Remarquons aussi, en passant, que le frottement du fer sur le bois de chêne est plus grand que celui du chêne sur le chêne; et comme nous aurons par la suite occasion de montrer que plusieurs autres corps offrent des résultats analogues, on voit qu'il n'est pas exact de dire, comme on le fait souvent d'une manière absolue, que le frottement est moindre entre des corps de substances différentes qu'entre des corps de même espèce.

Frottement du cuivre jaune en mouvement sur le chêne, sans enduit. Les fibres des semelles de chêne sont parallèles au sens du mouvement.

55. Dans le glissement du cuivre sur le chêne, on a observé, comme pour le fer et les bois, que le poli des surfaces s'altère. Le métal se charge de grains noirs en petit nombre et qui raient un peu sa surface; le bois se couvre d'une teinte cuivreuse d'un assez beau poli apparent.

Les courbes du mouvement accéléré sont toutes des paraboles dont le foyer et le paramètre ont été déterminés par le tracé. Les données et résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU XXIV.

Expériences sur le frottement du cuivre jaune en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE $2C$.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$	FROTTEMENT F.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	mèt.		lit.		mèt.	
1	0,0403	116,59	73,21	69,55	»	»	69,55	0,60	»	Mouv. trop lent pour être relevé.
2	<i>id.</i>	116,59	73,28	69,62	»	»	69,62	0,60	»	<i>id.</i>
3	<i>id.</i>	698,22	445,25	422,99	»	»	422,99	0,60	»	<i>id.</i>
4	<i>id.</i>	698,22	505,25	484,72	5,08	0,393	456,95	0,65	»	
5	<i>id.</i>	698,22	577,25	499,76	2,32	0,861	438,48	0,62	2,28	
6	<i>id.</i>	902,22	625,25	585,36	14,26	0,140	572,49	0,63	0,93	
7	0,0131	112,59	73,33	69,66	»	»	69,66	0,61	»	Mouvem. incertain.
8	<i>id.</i>	112,67	85,41	76,90	4,21	0,475	71,45	0,63	1,59	
9	<i>id.</i>	346,40	241,25	220,91	6,42	0,311	209,93	0,61	1,50	
10	<i>id.</i>	694,30	445,25	422,99	»	»	422,99	0,61	»	Mouvem. incertain.
11	<i>id.</i>	694,30	577,25	500,54	2,36	0,847	440,60	0,63	2,29	
Moyenne.....								0,617		

On voit, par ces résultats, que le frottement du cuivre jaune sur le chêne est aussi indépendant des surfaces et des vitesses, et qu'il est proportionnel à la pression dans le rapport de

0,617

à l'unité; c'est-à-dire qu'il est le même que celui du fer sur le chêne.

La différence des matières n'empêche pas ce frottement d'être plus grand que celui du chêne sur le chêne; ce qui

confirme la réflexion qui termine l'article précédent relatif au frottement du fer sur le chêne.

Quant au frottement, après un contact prolongé, il paraît être le même que celui qui a lieu pendant le mouvement, puisque le traîneau s'est toujours détaché librement sur une tension égale à cette dernière résistance.

La valeur que l'on trouve pour le rapport du frottement à la pression, est beaucoup plus grande que celle indiquée par Coulomb, 0,18; ce qui tient sans doute aux causes énoncées précédemment pour les cas analogues.

TABLEAU XXV.

Frottement du cuir noir corroyé, en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
<i>Sur l'épiderme.</i>										
1	0,0518	151,19	3,74	0,534	61,34	54,76	39,34	0,26	1,79	Mouvement très lent. <i>id.</i>
2	<i>id.</i>	186,73	13,56	0,147	61,34	57,25	54,45	0,29	0,94	
3	<i>id.</i>	234,99	"	"	61,34	58,27	58,27	0,25	"	
4	<i>id.</i>	420,55	6,24	0,320	140,30	128,60	114,97	0,27	1,37	
5	0,0145	230,69	"	"	61,40	58,33	58,33	0,25	"	
6	<i>id.</i>	420,17	7,52	0,265	139,79	129,00	117,65	0,28	1,26	
<i>Sur le côté de la chair.</i>										
7	0,0518	234,24	"	"	61,40	58,33	58,33	0,25	"	<i>id.</i>
8	<i>id.</i>	234,24	"	"	67,35	63,98	63,98	0,27	"	<i>id.</i>
Moyenne								0,265		

TABLEAU XXVI.

57. *Frottement du cuir noir corroyé, sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION	EFFORT	EFFORT	RAPPORT	OBSERVATIONS.
			de la corde.	exercé par le levier.	total ou frottement.	du frottement à la pression.	
		kil.	kil.	kil.	kil.		
1	"	114,92	86,61	"	86,61	0,75	
2	"	234,99	156,31	"	156,31	0,67	
3	"	111,25	46,78	39,83	86,61	0,77	
4	"	230,69	58,33	121,22	179,55	0,77	
Moyenne....						0,74	

TABLEAU XXVII.

58. *Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, en mouvement sur le chêne.*

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendant pendant le mouvement.	TENSION	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^e de course.	OBSERVATIONS.
						de la corde pendant le mouvement.				
						kil.				
<i>Le cuir posé à plat sur le chêne:</i>										
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0588	114	6,80	0,294	67,27	62,53	59,11	0,52	1,32	
2	id.	114	2,02	0,99	87,35	74,04	62,54	0,54	2,44	
3	id.	347,63	"	"	193,25	183,59	183,59	0,52	"	
4	id.	347,63	1,64	1,22	253,25	209,98	166,75	0,48	2,70	Mouvement uniforme.
Moyenne ..						0,52				
<i>Le cuir posé de champ sur le chêne.</i>										
1	0,0077	115,16	1,81	1,10	61,28	51,07	38,17	0,33	2,59	
2	id.	186,97	2,12	0,943	97,40	83,12	65,21	0,35	2,38	
3	id.	180,78	0,84	2,38	145,40	103,37	59,49	0,32	3,78	
4	id.	396,78	2,64	0,757	193,25	168,96	138,35	0,34	2,13	
Moyenne....						0,335				

Nota. Le cuir, posé à plat, était brut, rude, inégal, tel qu'il sort de chez le

tanneur ; ce qui n'a pas empêché la loi de l'indépendance de la vitesse de se manifester. Mais c'est sans doute la cause de l'excès du frottement dans ce cas sur les expériences suivantes, où le cuir, posé de champ, était uni et dressé au rabot.

TABLEAU XXVIII.

59. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT TOTAL ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
<i>Le cuir posé à plat sur le chêne.</i>							
1	mét. carré. 0,0588	kil. 114	kil. 63,90	kil. »	kil. 63,90	0,56	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traineau; c'est pourquoi on a pris la moyenne des 2 ^e et 3 ^e expériences.
2	<i>id.</i>	114	66,98	»	66,98	0,59	
3	<i>id.</i>	347,63	217,78	»	217,78	0,62	
Moyenne....						0,605	
<i>Le cuir posé de champ sur le chêne.</i>							
1	0,0077	115,16	46,78	»	46,78	0,41	
2	<i>id.</i>	186,97	81,10	»	81,10	0,43	
3	<i>id.</i>	396,78	183,59	»	183,59	0,46	
Moyenne....						0,43	

TABLEAU XXIX.

60. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ, en mouvement sur du chêne mouillé.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCELERATRICE.	POIDS DE LA CAISSE descendant pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottem. à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
1	0,0077	115,16	2,28	0,877	49,25	42,09	31,78	0,28	2,29	
2	id.	216,78	2,84	0,704	109,25	96,92	71,37	0,32	2,05	
3	id.	408,78	2,04	0,980	193,25	165,62	124,79	0,30	2,40	
4	id.	408,78	2,78	0,720	157,25	137,98	107,98	0,26	2,07	
Moyenne.....								0,29		

Nota. Dans ces expériences, immédiatement après le passage du traîneau, la couche d'eau de 0^m,002 à 0,003 qui recouvrait les semelles de chêne, était séparée à droite et à gauche par la trace de passage du cuir; sur toute la longueur de cette trace le bois paraissait presque sec, la pression avait exprimé l'eau, et il a fallu quelques minutes pour que le liquide s'y répandît de nouveau. On voit qu'avec cet enduit la loi de l'indépendance de la vitesse a encore lieu.

TABLEAU XXX.

61. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
1	0,0077	115,16	96,73	"	96,73	0,84	
2	id.	408,78	183,58	130,92	314,50	0,76	
3	id.	408,78	158,39	161,26	319,67	0,78	
Moyenne....						0,79	

TABLEAU XXXI.

62. *Frottement du chêne complètement mouillé, en mouvement sur le chêne mouillé d'eau.*

Les fibres des bois sont perpendiculaires entre elles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0880	118,45	1,92	1,041	49,25	41,24	28,69	0,24	2,50	
2	<i>id.</i>	190,26	3,58	0,558	61,25	54,52	43,70	0,23	1,83	
3	<i>id.</i>	400,07	3,78	0,528	133,25	119,53	98,48	0,25	1,78	
4	<i>id.</i>	796,07	7,32	0,273	265,25	244,76	222,82	0,27	1,28	
Moyenne . . .								0,25		

Nota. On a observé ici, comme pour le cuir mouillé, que la couche d'eau qui recouvrait le chêne des semelles était exprimée, et que le bois paraissait presque sec à l'endroit du passage du traîneau. La loi de l'indépendance de la vitesse se vérifie encore malgré la présence de l'eau comme enduit.

TABLEAU XXXII.

63. *Frottement du chêne complètement mouillé, sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont perpendiculaires au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0808	190,26	58,19	75,25	133,44	0,70	
2	<i>id.</i>	400,07	126,59	151,15	277,74	0,69	
3	<i>id.</i>	796,07	251,99	338,37	590,36	0,74	
Moyenne . . .						0,71	

Nota. On remarquera qu'ici, comme pour le cuir, la présence de l'eau augmente le frottement au départ, tandis qu'elle diminue le frottement pendant le mouvement.

TABLEAU XXXIII.

64. *Frottement du chanvre en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres du chêne et les sangles ou cordes sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCELERATRICE.	POIDS de la enisse descendante pendant le mouve-	TENSION de la corde pendant le mouve-	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3 ^m de course.	OBSERVATIONS.
<i>Sangle de chanvre sur chêne.</i>										
1	0,0776	114,81	»	»	61,30	58,23	58,23	0,51	»	Mouvement uniforme.
2	<i>id.</i>	114,81	2,44	0,819	81,04	69,59	60,07	0,52	3,54	
3	<i>id.</i>	419,96	2,60	0,769	289,85	253,32	220,40	0,52	2,14	
								Moyenne...	0,52	
<i>Natte de petites cordes sur chêne.</i>										
4	0,0172	108,52	2,96	0,678	49,25	42,51	42,41	0,32	2,00	
5	<i>id.</i>	300,88	2,80	0,715	144,94	127,22	105,29	0,31	2,07	
6	<i>id.</i>	601,30	2,80	0,715	277,02	243,55	199,73	0,33	2,07	
7	<i>id.</i>	1201,30	3,04	0,658	505,02	447,17	356,63	0,31	0,99	
								Moyenne....	0,32	
<i>Vieille corde de 0^m,04 de diamètre.</i>										
8	0,0025	112,60	»	»	61,20	58,14	58,14	0,52	»	Mouvement très lent.
9	<i>id.</i>	112,80	5,91	0,338	72,05	66,66	62,77	0,55	1,42	
10	<i>id.</i>	406,45	5,13	0,389	241,20	219,78	203,66	0,50	1,53	
								Moyenne....	0,52	

TABLEAU XXXIV.

64. *Frottement du chanvre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du bois et les sangles ou cordes sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
<i>Sangle de chanvre sur chêne.</i>							
1	mèt. carré. 0,0776	kil. 114,81	kil. 69,52	kil. »	kil. 69,52	0,61	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traîneau. Le traîneau est parti très vite.
2	id.	114,81	80,79	»	80,79	0,70	
3	id.	419,96	275,36	»	275,36	0,66	
4	id.	660,44	320,74	75,96	396,70	0,60	
				Moyenne. . .		0,64	
<i>Natte de petites cordes sur chêne.</i>							
5	0,0172	108,52	46,79	»	46,79	0,43	Il a fallu un léger ébranlement à la 5 ^e et à la 6 ^e expérience pour faire partir le traîneau; c'est pourquoi on a pris la moyenne égale à 0 ^m ,50.
6	id.	300,88	155,76	»	155,76	0,51	
7	id.	601,30	263,17	»	263,17	0,44	
				Moyenne. . . .		0,50	
<i>Vieille corde de 0^m,04 de diamètre.</i>							
8	0,0025	112,80	68,14	34,77	92,91	0,82	
9	id.	406,45	206,22	106,03	312,25	0,77	
				Moyenne. . . .		0,79	

Toutes ces expériences confirment les lois déduites de celles que j'ai déjà présentées; elles offrent, ainsi que les précédentes, pour tous les corps, excepté pour le cuir noir corroyé, l'altération du poli des surfaces. Enfin celles qui sont relatives au frottement du bois et du cuir mouillés, montrent que la présence de cet enduit n'apporte aucun changement aux lois énoncées.

J'ai récapitulé dans les deux tableaux suivans tous les résultats moyens des expériences contenues dans ce Mémoire.

TABLEAU XXXV.

66. Frottement des surfaces planes, lorsqu'elles ont été quelque temps en contact.

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.	DISPOSITION DES FIBRES ENTRE ELLES.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne, à sec.	parallèles.	0,60 à 0,65	
<i>Id. id. id.</i>	perpendiculaires	0,54	
<i>Id. id. mouillé.</i>	<i>id.</i>	0,71	
Orme sur chêne, à sec.	parallèles.	0,69	
<i>Id. id. id.</i>	perpendiculaires	0,57	
Frêne sur chêne, à sec.	parallèles.	0,50	
Sapin sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,52	
Hêtre sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,53	
Poirier sauvage sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,44	
Sorbier sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,57	
Fer forgé, sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,62	
Cuivre jaune sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,62	
Cuir noir corroyé sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,74	
Cuir de bœuf pour semelles et à plat, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,61	
<i>Id. id. id.</i> de champ, sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,43	
<i>Id. id. id.</i> de champ, sur chêne, mouillé.	<i>id.</i>	0,79	
Sangle de chanvre sur chène, à sec.	<i>id.</i>	0,64	
Natte de petites cordes de chanvre sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,50	
Corde de chanvre de 0 ^m 04 de diamètre, sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,80	

TABLEAU XXXVI.

67. *Frottement des surfaces planes en mouvement les unes sur les autres.*

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.	DISPOSITION DES FIBRES ENTRE ELLES.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne, à sec.	parallèles.	0,48	
<i>Id. id. id.</i>	perpendiculaires	0,32	
<i>Id. id. mouillé.</i>	<i>id.</i>	0,25	
Orme sur chêne, à sec.	parallèles.	0,43	
<i>Id. id. id.</i>	perpendiculaires	0,45	
Frêne sur chêne, <i>id.</i>	parallèles.	0,40	
Sapin sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,36	
Hêtre sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,36	
Poirier sauvage sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,40	
Fer forgé, sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,62	
Cuivre jaune sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,62	
Cuir noir corroyé sur chêne, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,27	
Cuir de bœuf pour semelles et sur chêne à plat, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,52	
<i>Id. id. id. de champ, id.</i>	<i>id.</i>	0,34	
<i>Id. id. id. de champ, mouillé.</i>	<i>id.</i>	0,29	
Sangle de chanvre sur chène, à sec.	parallèles.	0,52	
Natte de petites cordes de chanvre sur chène, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,32	
Corde de chanvre de 0 ^m ,04 de diamètre, sur chène, <i>id.</i>	<i>id.</i>	0,52	

FIN.

NOTES.

NOTE PREMIÈRE.

Sur l'influence que la latte directrice du traîneau peut exercer sur sa marche.

Afin de ne laisser aucun doute sur le peu d'influence de cet appareil sur la marche du traîneau, je l'ai soumis à quelques expériences où je me suis proposé de mesurer le plus grand effet qui pouvait en résulter. Pour cela, au lieu de laisser les axes des rouleaux verticaux (Pl. 2, fig. 3) dans des logemens fixes, je les ai fait monter dans de petites chappes mobiles dans le sens horizontal et perpendiculairement à la direction de la latte, de manière qu'elles pussent céder un peu à sa pression; et pour mesurer cette pression, j'ai interposé entre les chappes et les montans fixes de ce petit appareil, des ressorts à boudin, en acier fondu, tarés d'avance. Les chappes portaient de petits tenons qui, s'engageant dans des coulisses, leur servaient de guides; et au moyen d'une matière molle dont ces coulisses étaient remplies, on pouvait, après chaque expérience, observer la plus grande compression de chaque ressort, et par conséquent obtenir la valeur de la pression maximum exercée par la latte sur les rouleaux.

L'appareil étant ainsi modifié, on a fait plusieurs expériences, et on a remarqué que souvent les rouleaux ne s'étaient pas déplacés du tout; ce qui indiquait que la latte n'avait pas agi contre eux. Mais pour obtenir de suite un maximum qu'aucune expérience même ne pût atteindre sans être rejetée, on a, exprès, dans une course, obligé le traîneau à dévier de sa direction de toute la largeur des bandes frottantes, et à quitter tout-à-fait les semelles; ce qui n'est arrivé dans aucune expérience, et ce qui en aurait d'ailleurs déterminé le rejet. Dans cet essai, la déviation latérale perpendiculairement au sens du mouvement, a été de plus de $0^m,15$; ce qui n'eût pas été possible sans un effort étranger exercé à cet effet sur le traîneau. On était donc sûr d'avoir produit un déplacement 3 à 4 fois plus grand que tous ceux qui s'étaient présentés dans les expériences, d'avoir fait prendre à la latte une flexion bien au-delà du maximum qu'elle pût atteindre, et enfin d'avoir exercé sur les rouleaux de direction une pression qui dépassait de beaucoup les plus grandes possibles.

Cela posé, on a observé les compressions qui en étaient résultées pour les ressorts, et on a trouvé que la pression sur le ressort du rouleau de droite, placé à l'extrémité des gîtes, en regardant dans le sens du mouvement du traîneau, avait été de..... $13^k,40$

La pression sur le ressort du rouleau de gauche du deuxième système de direction, avait été de..... $6^k,75$

En admettant, avec Coulomb, que le frottement du fer sur le fer, avec enduit d'huile, soit $0,13$ de la pression, le frottement à la circonférence des deux axes, était,

$$\text{Pour le premier..... } 13^k,40 \times 0,13 = 1^k,74;$$

$$\text{Pour le deuxième..... } 6^k,75 \times 0,13 = 0,88;$$

Le diamètre des rouleaux est de $0^m,05$, celui de leur axe est de $0^m,003$, par conséquent l'effort nécessaire pour faire tourner les rouleaux, ou la résistance qui tendait à retarder la marche du traîneau au moment du maximum, et en admettant qu'elle fût simultanée sur les deux rouleaux, avait été,

$$\text{Pour le premier rouleau.... } 1^k,74 \times \frac{0,003}{0,050} = 0^k,10;$$

$$\text{Pour le deuxième rouleau... } 0^k,88 \times \frac{0,003}{0,050} = 0^k,05;$$

$$\text{Résistance totale maximum.... } = 0^k,15.$$

Ainsi, dans cette expérience même, la résistance de l'appareil de direction n'a exercé qu'une influence évidemment négligeable. Or, cet appareil ayant pour but et pour effet de ne pas permettre l'altération de l'étendue des surfaces en contact, les déviations latérales, dans les expériences, n'excédaient jamais $0^m,02$ à $0^m,03$, au lieu de $0^m,15$ qu'on a produits exprès. On voit donc qu'on peut, en toute sécurité, faire abstraction de la résistance des rouleaux.

NOTE II.

Détermination des dimensions du ressort, et vérification de ses flexions.

On a pu voir dans la description, n° 7, que je m'étais arrêté à l'emploi d'un ressort à deux branches, liées par leurs extrémités et tendu par son milieu.

Dans un premier essai de construction et de calcul, je me proposai, pour condition, qu'il prît au milieu un accroissement de flexion toujours proportionnel à la tension et de 0^m,10 pour une tension de 100 kilogrammes. En considérant chaque branche *aa* ou *bb* (Pl. 3, fig. 1) comme encastrée en son milieu, cela revenait à faire prendre à chaque demi-branche une flexion de 0^m,05 sous une tension de 50 kilogrammes. De plus, afin d'obtenir à résistance égale à la rupture, la plus grande flexion possible, je lui donnai le profil parabolique d'un solide d'égale résistance, avec une largeur constante égale à 0^m,02 sur une longueur totale de 0^m,40 ou de 0^m,20 pour chaque demi-branche.

Au moyen de ces données, il ne restait plus à déterminer que l'épaisseur *b* à l'encastrément, et la courbe du profil; pour cela, j'ai employé la formule connue

$$b^3 = \frac{P \cdot 8c^3}{Aaf},$$

dans laquelle

P est l'effort exercé sur le ressort exprimé en kilogrammes;

c la longueur en mètres, à partir de l'encastrément = 0^m,20;

A le coefficient d'élasticité de l'acier fondu;

a = 0^m,02 la largeur constante des lames;

f = 0^m,05 la flexion que prend l'extrémité d'une des branches, sous l'effort

P = 50 kilogrammes;

b l'épaisseur à l'encastrément.

Puis, pour déterminer la courbure de la parabole d'égale résistance, en supposant chaque branche plane d'un côté et parabolique de l'autre, j'ai pris la formule connue

$$v^2 = \frac{b^2}{c} x,$$

dans laquelle

b et *c* représentent les mêmes quantités que ci-dessus;

v l'ordonnée de la parabole;

x l'abscisse, à partir du sommet et de l'extrémité de la branche.

La valeur du coefficient *A*, relatif à l'acier fondu, n'est pas encore bien connue; mais quelques expériences feraient croire qu'elle est un peu inférieure à celle qu'on trouve pour le fer. J'ai pris

$$A = 1500000000 \text{ kil.};$$

et au moyen de cette donnée et des précédentes, j'ai trouvé

$$b = 0^m,005479 \quad \text{ou} \quad 0^m,005 \text{ environ.}$$

La courbe parabolique a pour coordonnées :

Valeurs de x .	Valeurs de y .
0 ^m 01	0 ^m 00123
0,03	0,00213
0,05	0,0027
0,10	0,0038
0,15	0,0047
0,20	0,0055

D'après ces dimensions, le tracé du modèle fut exécuté et donné en construction à un forgeron de ressorts appelé *Leutheuser*, renommé à Metz. Cet ouvrier forgea et trempa le ressort avec soin, en assembla les deux branches, et on les soumit à l'épreuve.

Le ressort au repos et sans charge avait une flèche naturelle, ou écartement extérieur, au milieu, de 0^m,029; en le chargeant de différens poids, et déduisant cette flèche constante des écartemens observés, on a eu les accroissemens de flèche dus aux poids.

POIDS suspendus AU RESSORT.	ACCROISSEMENS DE FLÈCHE.
Kil.	Mtr.
0	0
2	0,002
10	0,010
12	0,012
25	0,025
27	0,027
35	0,035
50	0,0485
60	0,058
75	0,071
100	0, "

Sous la dernière charge on a essayé de faire osciller le ressort, et il s'est rompu.

L'examen des résultats ci-dessus montre que, jusque vers 50 kil., le ressort a pris des accroissemens de flexion proportionnels à ceux de la charge, à raison de 0^m,001 par kil. ; et que quand l'élasticité a commencé à s'altérer, le ressort était près de son point de rupture. Profitant de cet essai pour déterminer les momens d'élasticité et de rupture de l'acier fondu Huntzman qu'on avait employé, j'ai substitué dans les formules

$$A = \frac{P}{f} \frac{8c^3}{ab^3} \quad \text{et} \quad B = P \frac{3c}{ab^2}$$

les données suivantes, pour la première,

$$P = 25 \text{ kil.}, \quad f = 0^m,05 \text{ relatives à une branche,}$$

$$c = 0^m,20, \quad b = 0^m,0045, \quad a = 0^m,021,$$

résultant des dimensions données au ressort par le forgeron, et j'en ai tiré

$$A = 16970000000^k;$$

pour la deuxième; j'ai pris les données suivantes relatives à la rupture,

$$P = 50 \text{ kil.}, \quad c = 0^m,124, \quad b = 0^m,003, \quad a = 0^m,02;$$

et j'ai trouvé

$$B = 103333333^k.$$

Introduisant ensuite ces résultats comme données d'expérience dans la formule

$$b^3 = \frac{P \cdot 8c^3}{Afa};$$

et me donnant pour le nouveau ressort, que je me suis décidé à faire plus raide, afin de ne pas avoir d'aussi grandes flexions,

$$c = 0^m,25, \quad a = 0^m,02, \quad P = 50 \text{ kil.}, \quad f = 0^m,05,$$

j'ai trouvé

$$b = 0^m,007167;$$

puis, par la relation,

$$v^2 = \frac{b^2}{c} x.$$

Les coordonnées de la parabole d'égalité de résistance ont eu pour valeurs

x	v
0 ^m 01	0 ^m 0014
0,02	0,0020
0,05	0,0031
0,10	0,0045
0,15	0,0055
0,20	0,0064
0,25	0,0072

En introduisant ces données dans la formule

$$P = \frac{Bab^2}{3c},$$

on trouve que le poids qui ferait rompre ce ressort serait

$$P = 141^k,535.$$

Les dimensions arrêtées ont été remises à l'ouvrier, qui a forgé un nouveau ressort, en s'y conformant à très peu près, sauf un léger accroissement de largeur de 0^m,004 qu'il lui a donné vers la partie encastrée, et qu'il a réduit à rien vers l'extrémité, où le ressort a exactement la largeur indiquée ci-dessus. Il devait résulter de ce renflement, que le ressort prendrait des flexions moindres que celles sur lesquelles j'avais compté, et qui, d'après le calcul, devaient être de 0^m,001 pour 2 kil. de charge.

Le ressort étant construit, et ramené, autant que le permettait le léger gauchissement que la trempe occasionne presque toujours, à la forme déterminée, on l'a soumis à des expériences directes, pour s'assurer s'il prenait effectivement des accroissemens de flexion proportionnels aux charges. On l'a suspendu par le milieu d'une de ses branches, et l'on a accroché au milieu de l'autre un plateau de balance taré d'avance, et qu'on a successivement chargé de poids, depuis 0 kil. jusqu'à 120 kil., en augmentant de 5 en 5 kil. On a eu soin de répéter l'expérience et de mesurer les flexions, soit en ajoutant successivement les poids, soit en les enlevant, pour s'assurer si dans l'éloignement de sa courbure initiale et dans le retour il suivait la même marche proportionnelle aux poids. L'expérience, répétée à plusieurs reprises, a montré que depuis 0 kil. jusqu'à 95 et 100 kil., les flexions croissaient proportionnellement aux charges, à raison de 0^m,00104 pour 2 kil.; mais, qu'au-delà les flexions étaient moindres, de même qu'on l'avait observé dans le premier ressort, passé la charge de

35 kil. Les différences de flexion observées ne correspondent pas à des différences de charge égales à $0^k,05$, et peuvent être attribuées autant aux erreurs d'observation qu'au ressort.

On voit, d'après cela, que ce dynamomètre peut être employé, comme je l'ai fait, en toute sûreté, pour mesurer des efforts variables depuis zéro jusqu'à 95 kil., et que chaque kil. d'augmentation dans sa charge est indiqué par une augmentation de $0^m,00052$ dans sa flexion, au lieu de $0^m,0005$ que l'on s'était proposé d'obtenir en calculant ses dimensions. J'ajouterai, qu'après un emploi continu ce ressort a conservé toute son élasticité.

Ce résultat peut montrer la confiance que méritent les formules de la théorie de la résistance des matériaux.

NOTE III.

Influence de la résistance de l'air dans les expériences.

On sait, d'après les expériences connues, que la résistance de l'air a pour expression (*Mécan. industrielle* de M. Poncelet, p. 139).

$$0,06253 K a V \text{ kil.},$$

K étant un coefficient constant, qui a pour chaque corps une valeur particulière ;

a la surface du corps exposée à la résistance ;

V la vitesse, par seconde, avec laquelle le corps se meut.

Dans les caisses octogonales employées pour les expériences sur l'axe, la longueur étant comprise entre 9 et 36 fois \sqrt{A} , on a

$$K = 1,10,$$

et, par suite, la résistance de l'air devient égale à

$$0,068783 a V^2 \text{ kil.}$$

d étant le chemin parcouru dans l'élément du temps, on a, pour la quantité d'action développée par cette résistance pendant une course entière,

$$0,068783 a f V^2 d e^{k.m};$$

mais on sait que

$$V = r\omega = \frac{t}{c}, \quad de = r\omega dt, \quad \frac{rd\omega}{dt} = \frac{1}{c};$$

et, par suite,

$$dt = crd\omega;$$

d'où l'on déduit

$$de = cr^2\omega d\omega;$$

en substituant dans la valeur du travail de la résistance de l'air, pour V et de , ces valeurs, elle devient

$$0,068783 \text{ ac} r^4 \omega^3 d\omega = 0,068783 \text{ ac} \frac{r^4 \omega^4}{4} \text{ k.m.},$$

que l'on doit prendre depuis $\omega = 0$ jusqu'à $\omega = \omega'$, correspondant à la course totale.

En choisissant pour application la deuxième expérience sur le frottement de l'axe de la poulie, où le mouvement a été plus rapide que dans toutes les autres, on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = 0,628, \quad t^2 = \frac{2}{0,628} e;$$

et pour la course totale,

$$e = 4^m, \quad t = 3^s,568, \quad r\omega = 2^m,241, \quad a = 0^m,9,03248;$$

on en déduit, pour le travail total de la résistance de l'air sur l'une des caisses, dans cette expérience,

$$0,068783 \text{ ac} \frac{r^4 \omega^4}{4} = 0^k,01465;$$

quantité évidemment négligeable, par rapport aux quantités d'action développées par les autres forces.

En faisant une application au mouvement de la caisse descendante et du traîneau, et supposant le mouvement aussi rapide que dans l'exemple précédent, on a, pour les deux caisses,

$$a = 1^m,9,130;$$

et l'on trouve que le travail de la résistance de l'air, dans une course de 4^m , serait

$$0^k,0,50;$$

quantité qu'il est encore bien permis de négliger dans le calcul des expériences.

NOTE IV.

Sur l'influence que le plateau du ressort peut exercer sur la marche du traîneau.

J'ai donné, dans le cours du Mémoire, n° 7, la description de l'appareil au moyen duquel le plateau destiné à recevoir la trace des tensions du ressort, prend un mouvement qui est dans un rapport constant avec celui du traîneau. Il est facile de concevoir quel genre de résistance le mouvement de ce système oppose à celui du traîneau. En effet, le fil enroulé autour de la gorge de la poulie (Pl. 3, fig. 1) étant légèrement tendu par le poids suspendu à son extrémité, le frottement s'oppose à ce qu'il glisse; dès lors, quand le traîneau avance, le brin fixé aux gîtes prend une tension qui s'accroît jusqu'à ce qu'elle suffise pour faire tourner le plateau, et c'est cette tension qui agit sur le traîneau, pour retarder sa marche. Voyons qu'elle peut être sa valeur dans les circonstances les plus défavorables. Pour cela soient, à un instant quelconque de la course du traîneau,

- ω' la vitesse angulaire du plateau du ressort;
- r' le rayon de la gorge de sa poulie $= 0^m,23$;
- p la tension cherchée;
- e le chemin parcouru par le traîneau, à l'instant que l'on considère;
- ρ le rayon moyen des pivots $= 0^m,0023$;
- q le poids du plateau et de sa garniture $= 4^k,63$;
- f le rapport trouvé par Coulomb, pour le frottement du fer sur le fer, avec enduit d'huile $= 0,15$.

On peut d'abord observer, que le poids de l'appareil est si faible, qu'il n'en résultera qu'un frottement de

$$4^k,63 \times 0,15 = 0^k,6,$$

qui, par suite de la grandeur du rayon de la poulie $= 0^m,23$, par rapport à celui des pivots $= 0^m,0023$, sera tout-à-fait négligeable; ce qui permet de simplifier les calculs sans erreur sensible. D'après cela, l'équation du mouvement de ce système est simplement

$$\omega'^2 S r^2 dm = 2pe - 2fp \frac{Q}{r} e;$$

d'où

$$p = \frac{\omega'^2 S r^2 dm}{2e \left(1 - f \frac{Q}{r}\right)}.$$

Préons pour application un des mouvemens les plus rapides que nous ayons obtenus dans les expériences; tel, par exemple, qu'après une course de $e = 3^m$, on ait une vitesse du traîneau $r\omega = 4^m$; ω et r étant, comme dans le texte, la vitesse angulaire et le rayon extérieur de la poulie. On a évidemment, d'après la disposition de l'appareil,

$$\omega' r' = \omega r;$$

d'où

$$\omega' = \frac{\omega r}{r'} = \frac{4}{0,83} = 17^m,39.$$

D'après les dimensions des pièces, j'ai trouvé, par un calcul fait avec soin,

$$Sr^2 dm = 0,0075;$$

au moyen de ces valeurs, on déduit de l'équation ci-dessus,

$$p = 0^k,378.$$

Ainsi, dans un mouvement très rapide, l'inertie et le frottement de l'axe n'exigent pas une tension du fil de plus de $0^k,378$. On voit donc que l'on peut, sans crainte, faire abstraction de la résistance que l'appareil du plateau du ressort oppose au mouvement du traîneau, eu égard à la grandeur du frottement dans toutes les expériences.

LÉGENDE EXPLICATIVE

DES PLANCHES.

PLANCHE I, FIG. 1, 2 et 3,

ET PLANCHE II.

- A, gîtes en chêne, de 0^m,30 d'équarrissage, formant le banc horizontal de glissement.
- B, quatre montans en sapin, assemblés par embreuvement, et boulonnés avec les gîtes. Ils descendent jusqu'au fond de la fosse et s'engagent par le pied dans un châssis en chêne.
- C, semelles sur lesquelles on fait glisser les corps mis en expérience; on les remplace par d'autres à chaque nouvelle série d'expériences.
- D, traîneau mobile formé d'un plateau de hêtre. Il reçoit une grande caisse en chêne, dans laquelle on met le nombre de boulets convenable pour composer la charge. Le dessus du traîneau est divisé, par des liteaux, en compartimens destinés à maintenir les boulets.
- E, pièces frottantes en expérience; on les fixe au-dessous du traîneau à l'aide de vis à bois.
- F, plateau fixe, en chêne, servant à soutenir la poulie et le mécanisme d'horlogerie. Il repose sur quatre taquets fixés aux montans.
- G, supports en fonte, pour l'axe de la poulie.
- H, poulie en bois, avec axe en fer.
- I, corde tressée, fixée d'un bout au traîneau, et soutenant, par l'autre, le poids moteur.
- K, caisse descendante, en chêne; on y place des boulets pour former le poids moteur.
- L, ressorts en frêne, destinés à éteindre graduellement la vitesse du traîneau.

M, petites caisses posées sur la caisse K; elles peuvent recevoir une charge additionnelle destinée à produire la séparation des surfaces qui ont été quelque temps en contact, et dépassent les bords de la caisse K.

N, traverses en chêne, fixées sur les montans B; elles servent à arrêter les petites caisses M à une hauteur donnée, lorsque le traîneau D est en mouvement.

Q, étrier en fer, auquel s'attache la corde tressée I, et dont la base est traversée par un boulon à vis qui soutient la caisse K. La longueur de la partie filetée de ce boulon permet d'élever à volonté les petites caisses M au-dessus des traverses N, de manière à imprimer au traîneau une vitesse assez grande, par leur concours et celui de la caisse K.

a, taquet fixé au-dessous du traîneau et destiné à recevoir le talon en fer b. (Pl. 3, fig. 2.)

ced, levier coudé, dont la branche verticale ce, terminée par un arc de développante, presse le talon b et pousse le traîneau en avant. La branche horizontale cd porte deux arcs de cercle concentriques à l'axe c; sur l'un ou l'autre de ces arcs s'enroule un bout de sangle, soutenant une petite caisse f, dans laquelle on met une charge convenable pour déterminer le départ du traîneau, concurremment avec l'effort de traction de la corde I.

En arrière du traîneau (Pl. 1 et Pl. 2) on voit la latte directrice et le système des palans, et du cabestan employé pour ramener le traîneau et la caisse K après chaque expérience.

PLANCHE III.

abab, dynamomètre en acier fondu, servant à la mesure de la tension de la corde I; cette corde s'accroche à la partie antérieure aa.

La branche postérieure bb est liée au traîneau au moyen d'un boulon d, autour duquel elle conserve la liberté de tourner.

ee, plateau en cuivre, parfaitement dressé au tour, et monté sur un axe qui s'engage, par des pivots coniques, dans le boulon supérieur et dans un boulon inférieur à contre-écrou.

h, poulie à gorge, fixée sur le même axe, de manière qu'elle entraîne dans son mouvement le plateau ee.

ii, ficelle très flexible qui enveloppe d'un tour la gonge de

la poulie *h*. Elle se fixe, d'un bout, aux gîtes en arrière du traîneau, et l'autre bout, qui passe sur une petite poulie montée sur le plateau *K*, supporte un poids léger suffisant pour tendre la corde. La ficelle *ii* ne pouvant glisser dans la gorge de la poulie, il s'ensuit que celle-ci tourne dès que le traîneau marche.

PLANCHES IV ET V.

Appareil employé à l'observation de la loi du mouvement.

- aa*, plateau en cuivre, dressé au tour. Il s'applique contre la face plane du manchon que porte l'axe de la poulie *H*, et s'y fixe au moyen d'un écrou de pression *bb*. Sur l'une et l'autre face de ce plateau, on tend des feuilles de papier collées par les bords.
- cc*, anneau en cuivre, mis en mouvement par un mécanisme d'horlogerie. La vitesse du mouvement uniforme de ce cercle s'observe à chaque expérience, au moyen d'un compteur et d'une montre à demi-secondes mortes.
- e*, pinceau contenu dans une petite douille qui se visse sur le cercle *cc*. On a eu soin de mettre l'anneau *cc* en équilibre dans toutes ses positions autour de l'axe.
- f*, petit plateau mobile, à coulisses; il porte le mouvement d'horlogerie, et peut s'avancer ou reculer à volonté, parallèlement à lui-même, au moyen de la vis *b*.
- ghg'h'*, supports du mécanisme d'horlogerie; ils peuvent tourner autour du boulon *h*, de manière à établir le parallélisme du diamètre horizontal du cercle décrit par le pinceau avec le plan du plateau *aa*.
- k*, ressort à boudin, interposé entre la boîte du mécanisme d'horlogerie et le support; au moyen de ce ressort et de la vis qui l'accompagne, on peut mener le diamètre vertical du cercle décrit par le pinceau parallèle au plan *aa*.

PLANCHE VI.

Fig. 1. Courbe du mouvement, tracée par le style, dans la 2^e expérience du 3^e tableau, à l'échelle moitié de la grandeur naturelle.

0, 1, 2, 3, 4... 9, 10, cercle de départ.
 0, 1, 2, 3, 4... 16, 17, 18, courbe du mouvement.
 Fig. 2. Courbe de tension du dynamomètre, tracée par son style
 dans la même expérience.

PLANCHE VII.

- Fig. 1. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 2^e expérience du 3^e tableau.
 Fig. 2. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.
 Fig. 3. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 2^e expérience du 8^e tableau.
 Fig. 4. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.

PLANCHE VIII.

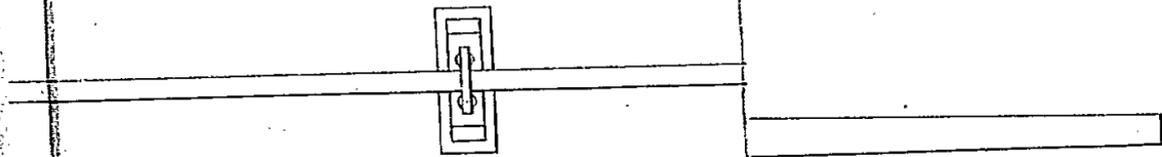
- Fig. 1. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 16^e expérience du 3^e tableau.
 Fig. 2. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.

PLANCHE IX.

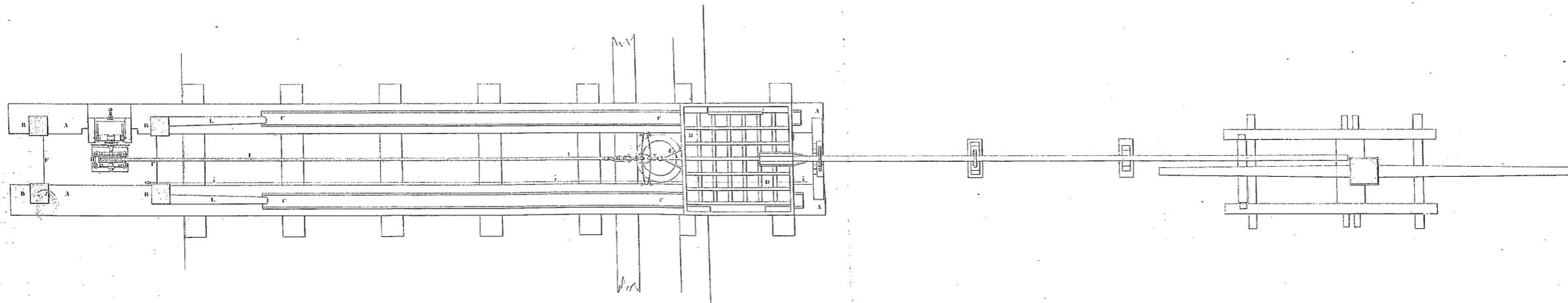
- Fig. 1. Courbe du mouvement, tracée par le style, dans la 2^e expérience du 8^e tableau.
 0, 1, 2, 3, 4... 9, 10, cercle de départ.
 0, 1, 2, 3, 4... 15, 16, courbe du mouvement.
 Fig. 2. Courbe des tensions du dynamomètre, tracée par son style, dans la même expérience.



ices sur le frottement.



Plan général de l'appareil employé aux expériences sur le frottement.

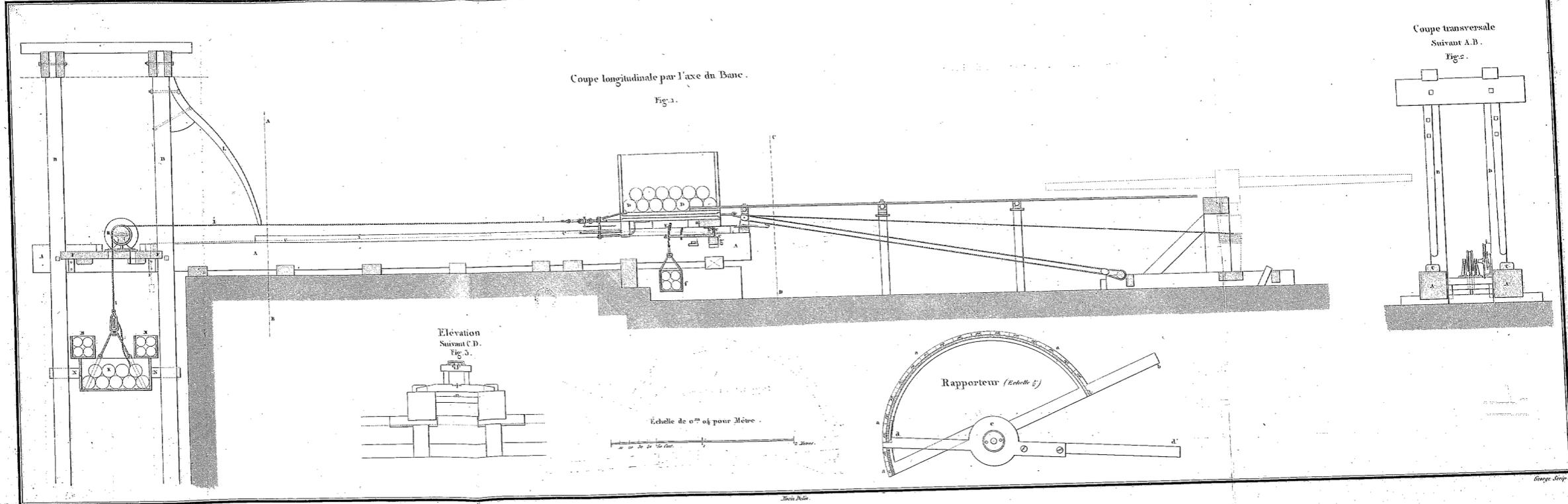


Echelle de 1/20^e pour un mètre.



APPAREIL ÉTABLI DANS L'ANCIENNE FONDERIE DE METZ POUR LES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT.

Machine sur le Frottement.



Coupe longitudinale par l'axe du Banc.

Fig. 1.

Elevation
suivant C.D.
Fig. 3.

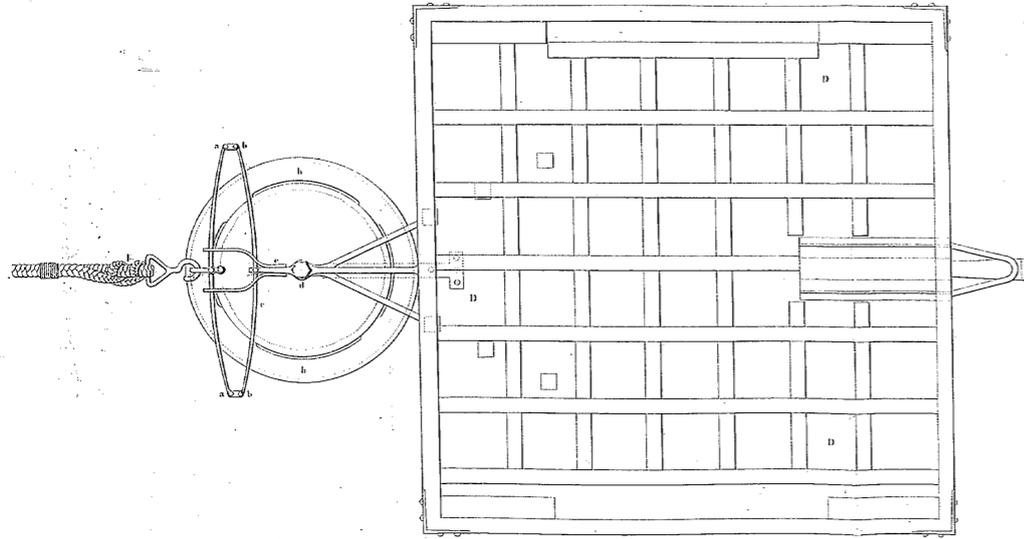
Echelle de 0^m 04 pour Mètre.

Rapporteur (Echelle 6)

Coupe transversale
suivant A.B.
Fig. 2.

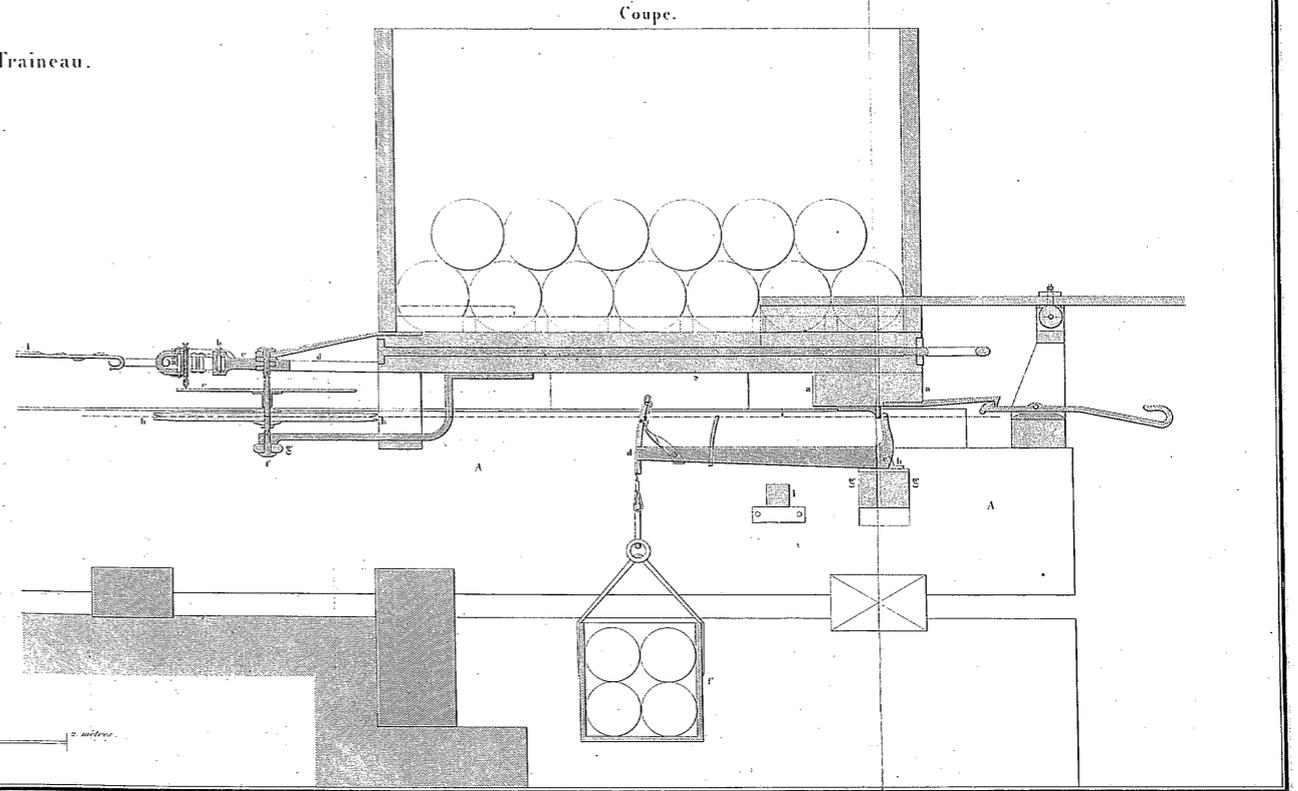
Genève, 1807

Plan.



Echelle de 0,40 pour 5 mètres.

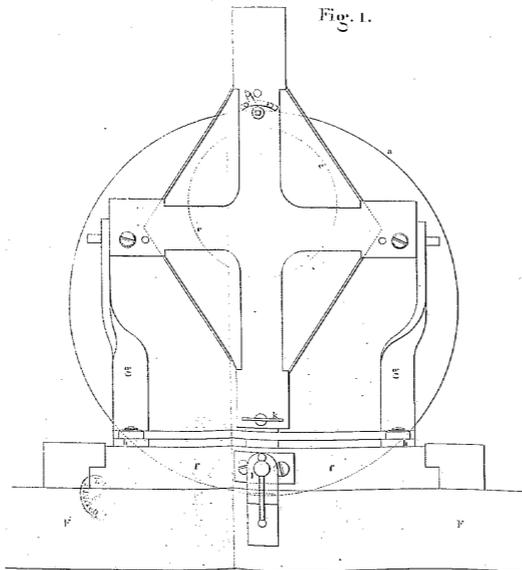
Traineau.



Mécanisme d'horlogerie employé à la recherche de la loi du mouvement.

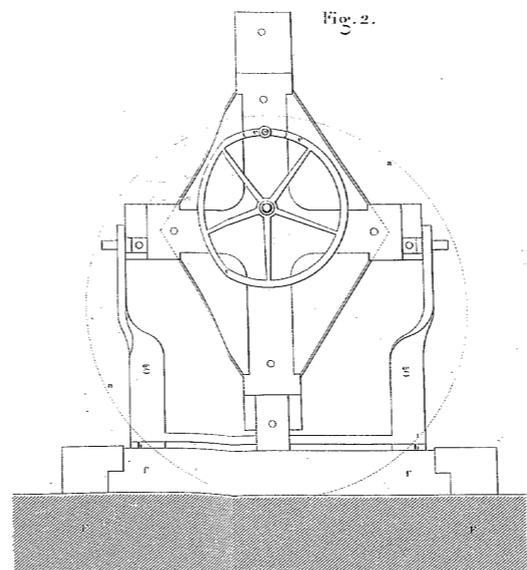
Élévation suivant A B (Pl. 5)

Fig. 1.



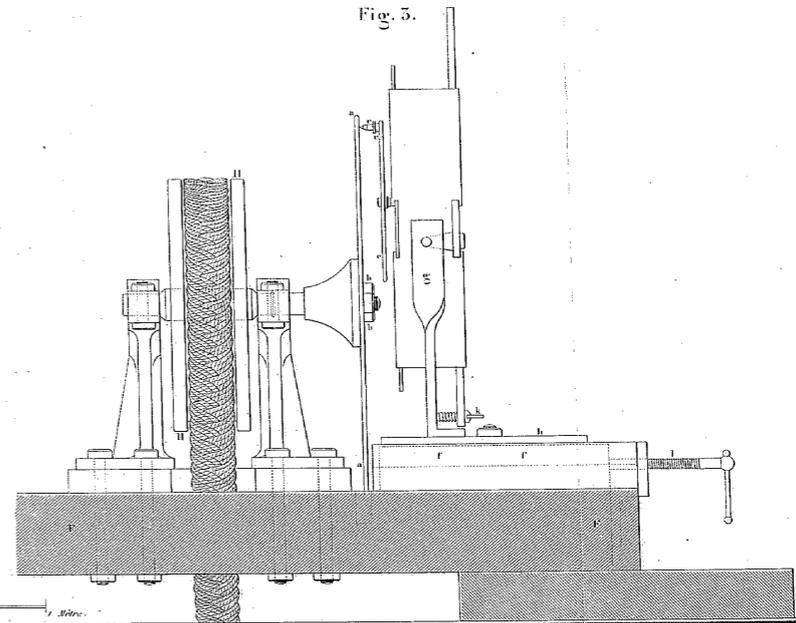
Élévation suivant C D (Pl. 5)

Fig. 2.



Profil suivant G H (Pl. 5)

Fig. 3.

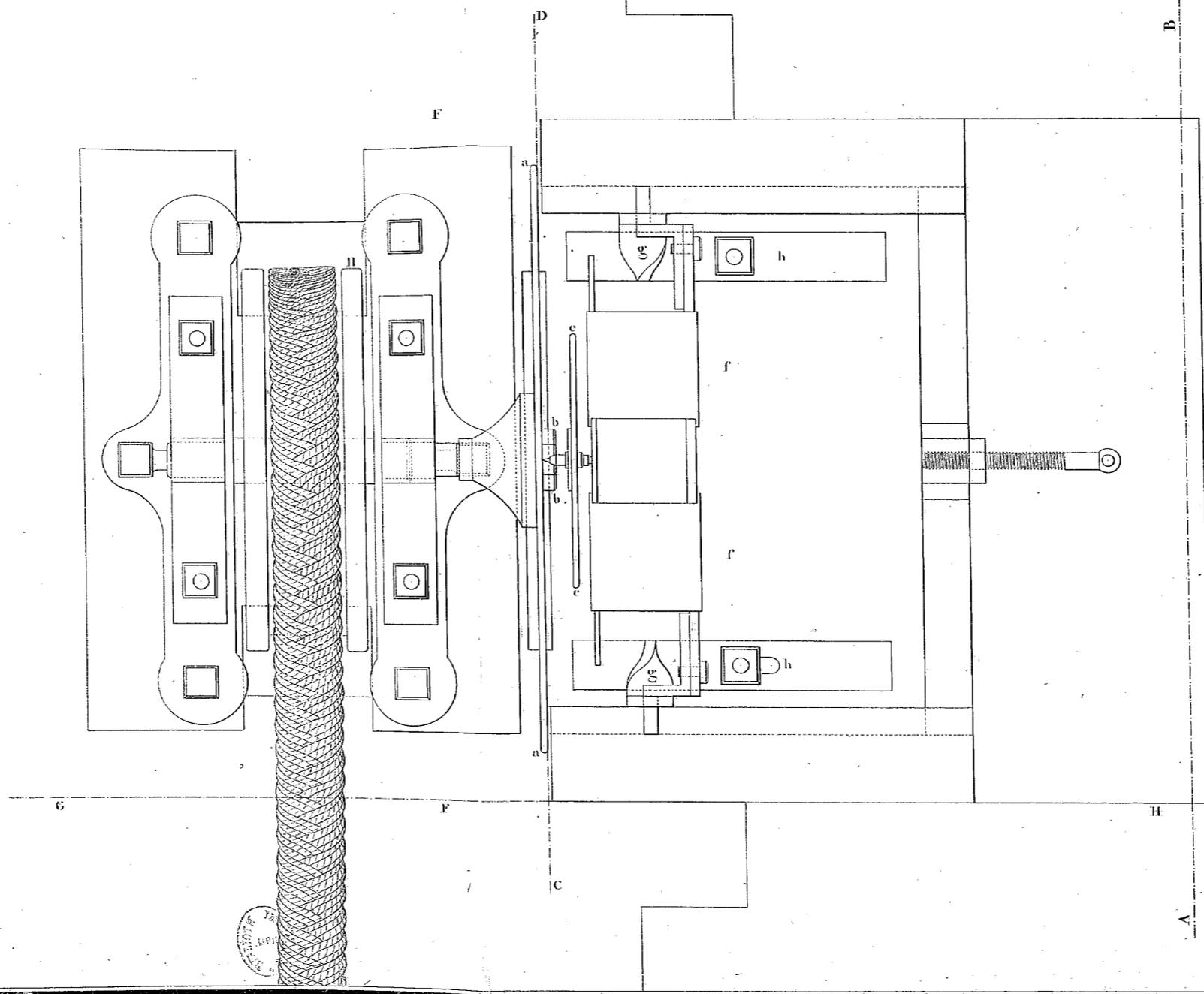


Echelle de 0.5 pour mètre.

1 Mm.

Mécanisme d'horlogerie employé à la recherche de la loi du mouvement.

Plan.



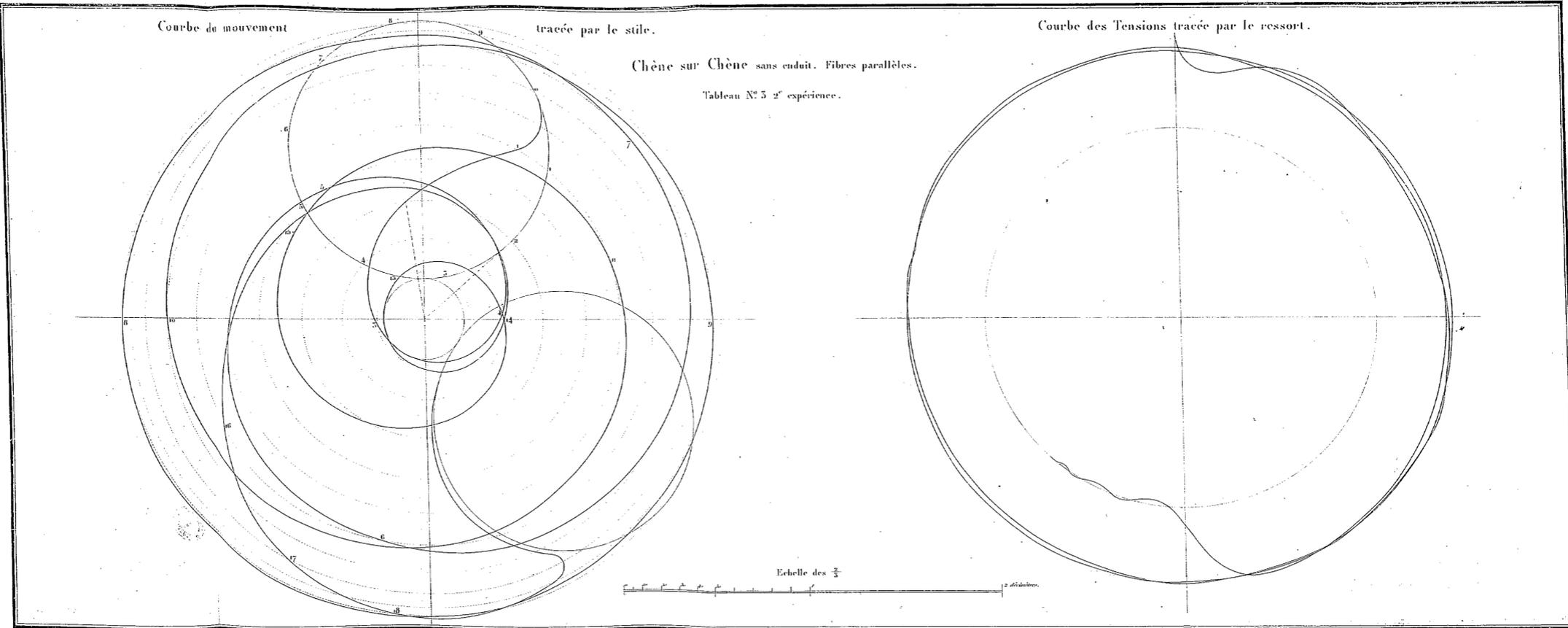
Courbe de mouvement

tracée par le style.

Chêne sur Chêne sans enduit. Fibres parallèles.

Tableau N° 5 2^e expérience.

Courbe des Tensions tracée par le ressort.

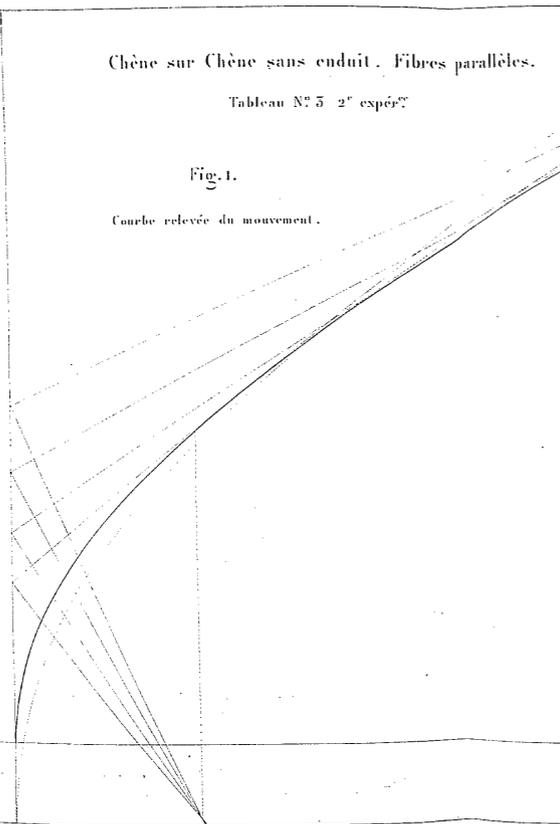


Chêne sur Chêne sans enduit. Fibres parallèles.

Tableau N° 5 2^e expér^{te}

Fig. 1.

Courbe relevée du mouvement.



Orme sur Chêne sans enduit.

Tableau N° 8 2^e expér^{te}

Fig. 2.

Courbe relevée du mouvement.

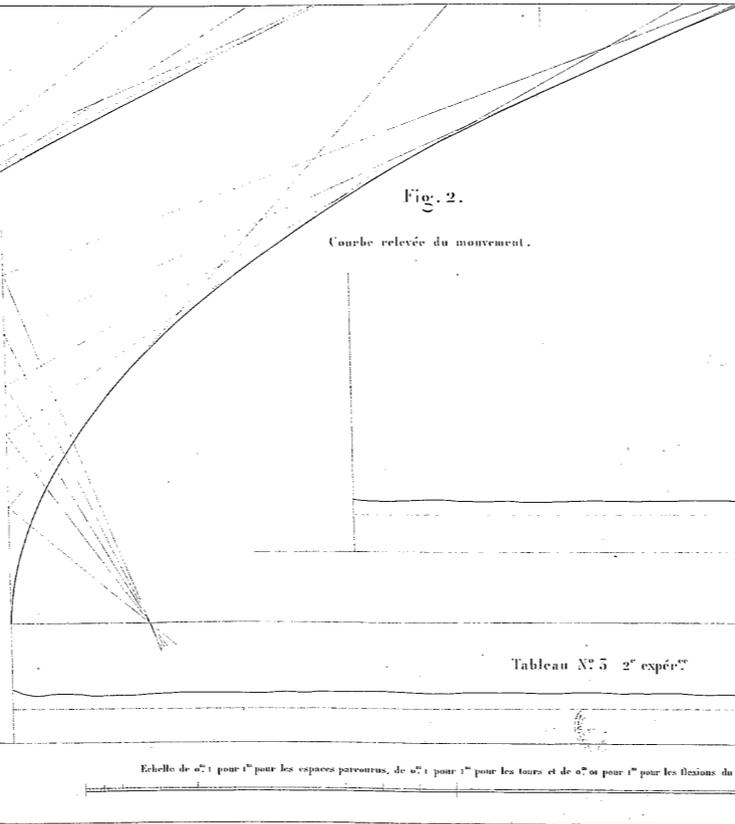


Tableau N° 8 2^e expér^{te}

Courbe relevée des Tensions. Fig. 1.

Tableau N° 5 2^e expér^{te}

Courbe relevée des Tensions. Fig. 2.

Echelle de 0^m 1 pour 1^m pour les espaces parcourus, de 0^m 1 pour 1^m pour les tours et de 0^m 01 pour 1^m pour les flexions du ressort.



COURBES RELEVÉES DU MOUVEMENT ET DES TENSIONS.

Chêne sur Chêne sans enduit — Fibres parallèles.

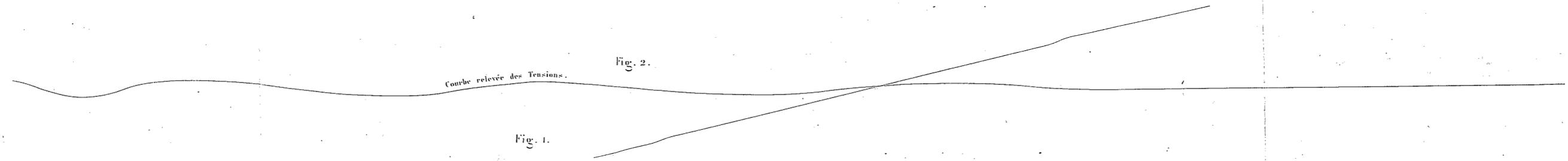
Tableau N° 8 — 16^e expérience.

Fig. 2.

Courbe relevée des Tensions.

Fig. 1.

Courbe relevée du mouvement.



Echelle des espaces et des Flexions — grandeur naturelle.



Echelle des Tens de 0^e t pour un mètre.

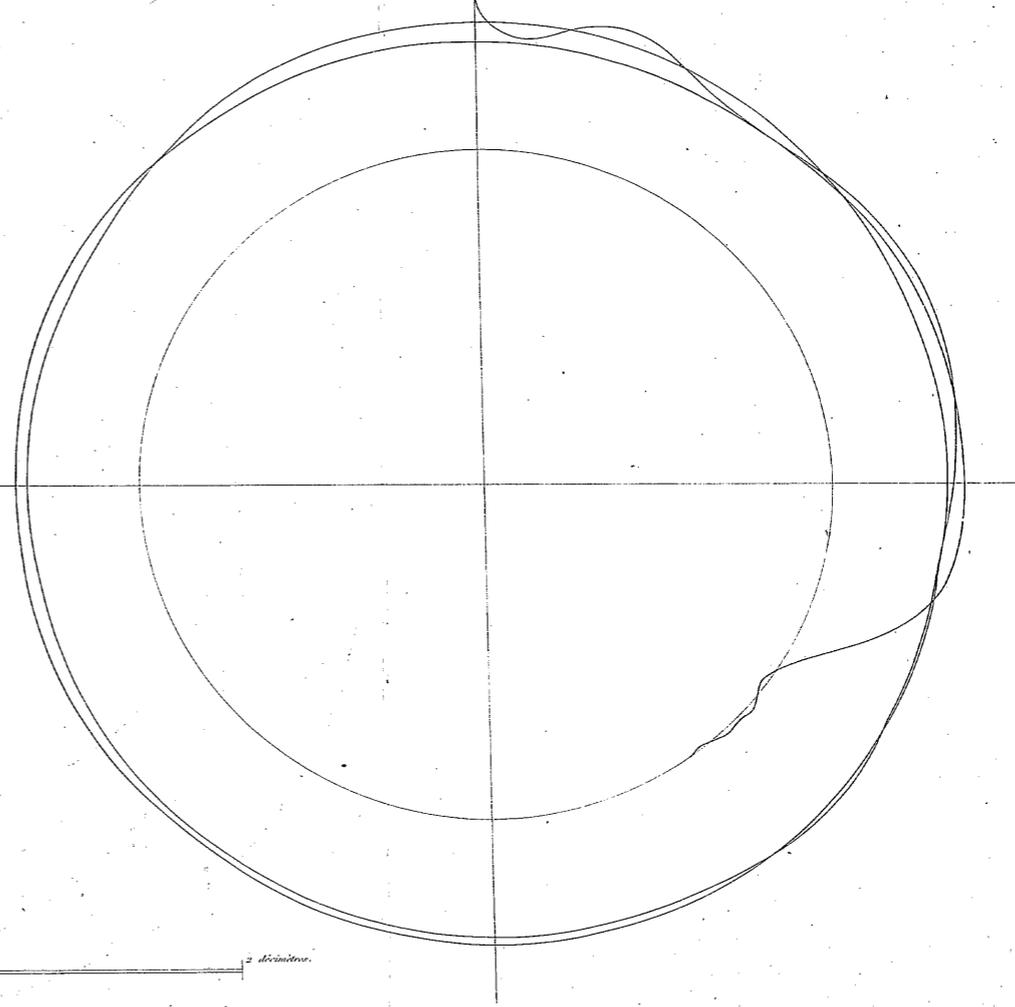
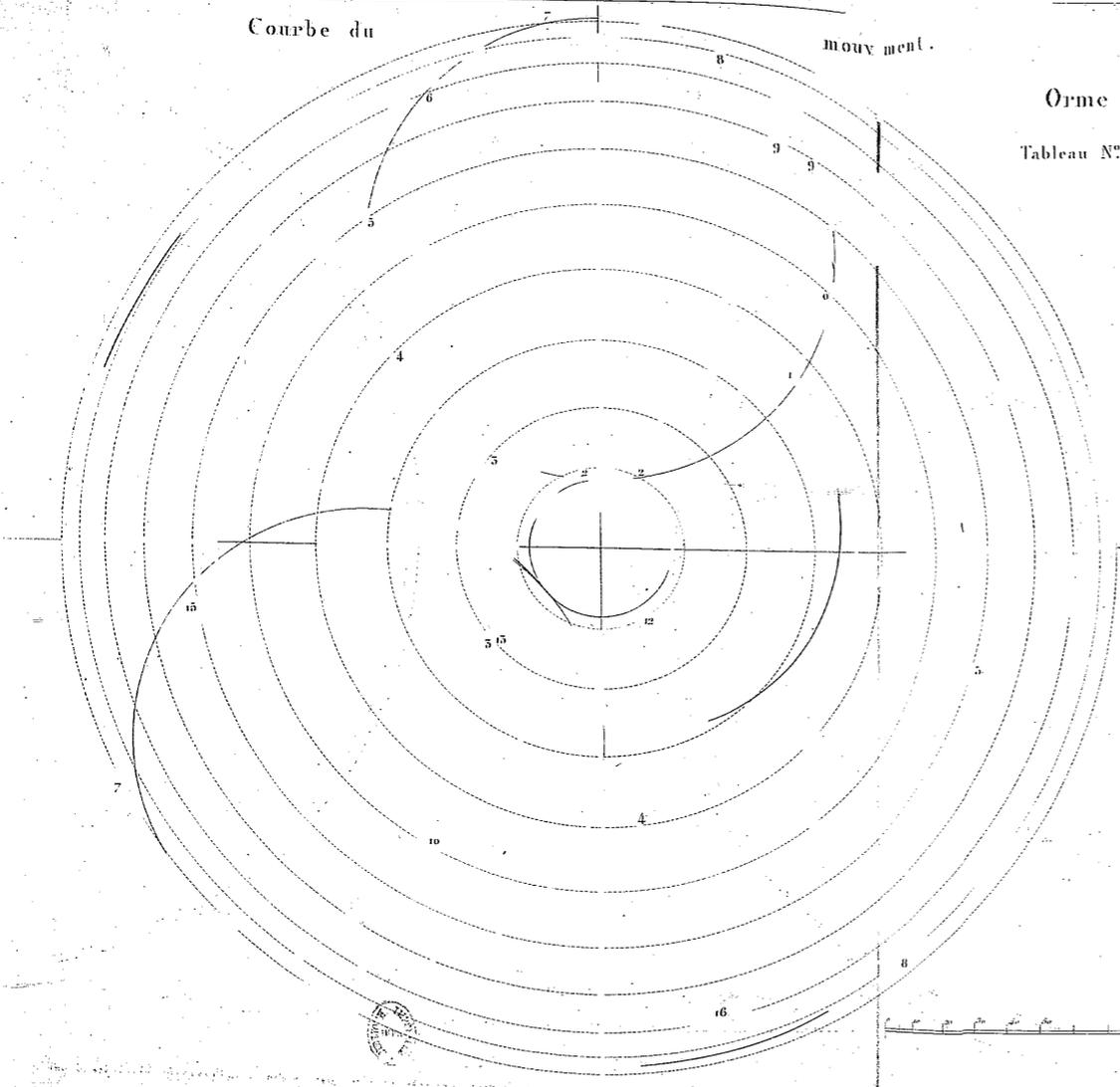


Courbe du mouvement.

Courbe des Tensions tracée par le ressort.

Orme sur Chêne.

Tableau N° 8 2^e expérience.



Echelle des $\frac{1}{2}$ millimètres.