

Propriétés mécaniques des matériaux

1 INTRODUCTION.....	2
2 COMPORTEMENT ELASTIQUE DES SOLIDES.....	2
2.1 DEFINITION DE L'ELASTICITE.....	2
2.2 ORIGINE PHYSIQUE	2
2.3 LOI DE HOOKE	3
2.4 COEFFICIENT DE POISSON	4
2.5 MODULE DE CISAILLEMENT	5
2.6 MODULE DE COMPRESSIBILITE	6
3 COMPORTEMENT VISQUEUX DES SOLIDES.....	6
3.1 COMPORTEMENT NEWTONIEN	7
3.2 COMPORTEMENT NON-NEWTONIEN.....	7
4 COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE DES SOLIDES.....	8
4.1 MODELE VISCOELASTIQUE DE TYPE KELVIN-VOIGT	8
4.2 MODELE VISCOELASTIQUE DE TYPE MAXWELL	9
5 COMPORTEMENT PLASTIQUE DES SOLIDES.....	10
5.1 SOLIDE RIGIDE PARFAITEMENT PLASTIQUE.....	11
5.2 SOLIDE ELASTIQUE PARFAITEMENT PLASTIQUE	11
5.3 QUELQUES COMPORTEMENTS MECANIQUES DES MATERIAUX.....	11
6 CARACTERISATION EXPERIMENTALE DES PROPRIETES MECANIQUES DES MATERIAUX.....	12
6.1 ESSAI DE TRACTION	12
6.1.1 Principe.....	12
6.1.2 Comportement des matériaux	13
6.1.3 Description de la courbe de traction d'un matériau ductile.....	14
6.1.4 L'écroutissage.....	16
6.2 ESSAI DE COMPRESSION.....	17
6.3 ESSAI DE FLEXION A TROIS POINTS	18
6.4 ESSAI DE FLEXION A QUATRE POINTS.....	20
7 COMPORTEMENT DIFFERE DES MATERIAUX.....	21
7.1 INTERET	21
7.2 COMPORTEMENT DIFFERE DES MATERIAUX DU GENIE CIVIL.....	21
7.3 ESSAI DE FLUAGE.....	22
7.4 ESSAI DE RELAXATION.....	23
7.5 RECOUVRANCE	23
8 FATIGUE DES MATERIAUX.....	23
8.1 DEFINITION DE LA FATIGUE	23
8.2 ESSAIS DE FATIGUE	24
8.3 LES FACTEURS QUI INFLUENCENT LA FATIGUE DES MATERIAUX.....	27

1 INTRODUCTION

Le comportement mécanique d'un matériau est fonction des forces extérieures appliquées et traduit les évolutions de la cohésion de ces atomes.

Ainsi, les propriétés mécaniques dépendent de la température d'utilisation, de l'état de surface, des conditions d'application des efforts, de la vitesse de déformation.

Les propriétés mécaniques sont déterminées au moyen d'essais normalisés.

Les principales propriétés mécaniques sont :

- Module d'élasticité
- Limite d'élasticité, écrouissage, ductilité
- Viscosité, vitesse de fluage, amortissement
- Charge à la rupture, résistance à la fatigue, à l'usure

2 COMPORTEMENT ÉLASTIQUE DES SOLIDES

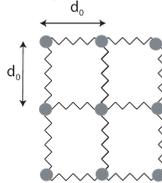
2.1 Définition de l'élasticité

C'est la propriété physique d'un corps de reprendre sa forme initiale après suppression de la sollicitation

2.2 Origine physique

Soit :

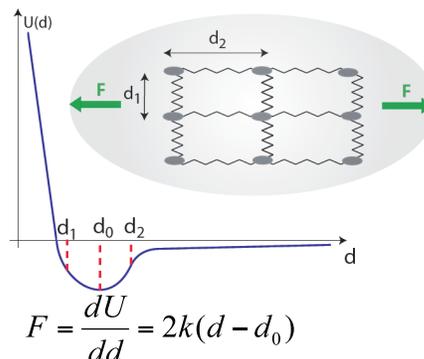
- d : la distance entre deux atomes d'un solide
- U : l'énergie d'interaction interatomique
- d_0 : la distance entre deux atomes à une température de 0 Kelvin



L'énergie U est donné par :

$$U(d) = U_0 + k(d - d_0)^2$$

Si on s'éloigne de part et d'autre de la distance d'équilibre d_0 vers d_1 et d_2 alors il existe une force F qui dérive de l'énergie d'interaction interatomique et qui tend à faire revenir d à d_0

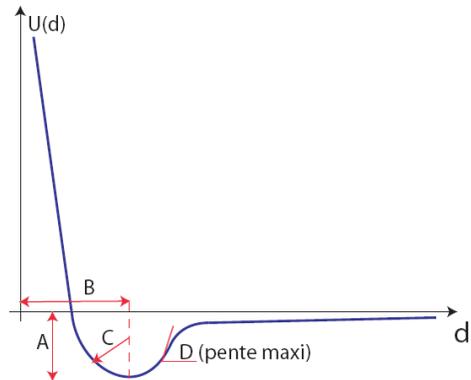


F est proportionnelle à l'écart $d-d_0$: **Loi de déformation linéaire.**

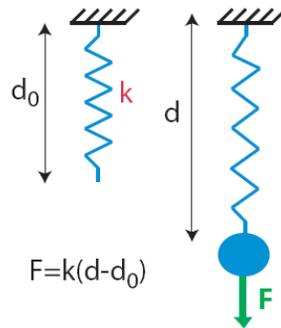
Remarques concernant la courbe $U(d)$

- Le module d'Young d'un matériau est inversement proportionnel au rayon de courbure de la courbe $U=f(d)$ à son minimum. La courbe $U=f(d)$ sera d'autant plus « pointue » que ce rayon de courbure est petit.
- Plus la courbe $U=f(d)$ est évasée et dissymétrique par rapport à la verticale passant par son minimum, plus le coefficient de dilatation linéique du matériau est élevé.
- La température de vaporisation d'un matériau est proportionnelle à la profondeur du puits de potentiel de la courbe $U=f(d)$. Elle est aussi proportionnelle au module de Young du matériau.

Partie de la courbe	paramètre
A	Température de vaporisation
B	Distance interatomique à 0 Kelvin
C	Module de Young
D	Résistance théorique à la traction



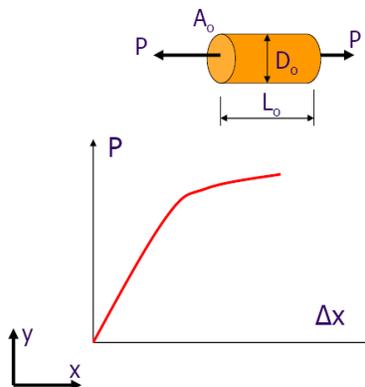
La liaison se comporte comme un ressort autour de sa position d'équilibre



Ce comportement linéaire autour de la position d'équilibre est appelé élasticité.

2.3 Loi de Hooke

On réalise un essai de traction sur une éprouvette de longueur initiale L_0 et de section initiale A_0 . On mesure les allongements Δx et Δy :



La contrainte (en MPa) est donnée par :

$$\sigma_x = \frac{P}{A_0}$$

La déformation (sans unité) est donnée par :

$$\varepsilon_x = \frac{L_F - L_0}{L_0} = \frac{\Delta x}{L_0}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\Delta y}{L_0}$$

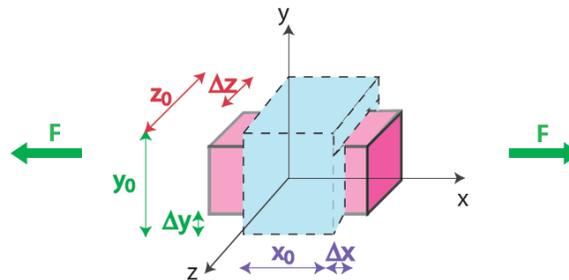
La relation contrainte-déformation en élasticité linéaire isotrope est donnée par la **loi de Hooke** :

$$\sigma = E\varepsilon$$

Où E est le *module de Young* (en GPa).

2.4 Coefficient de Poisson

Dimensions avant déformation : x_0, y_0, z_0

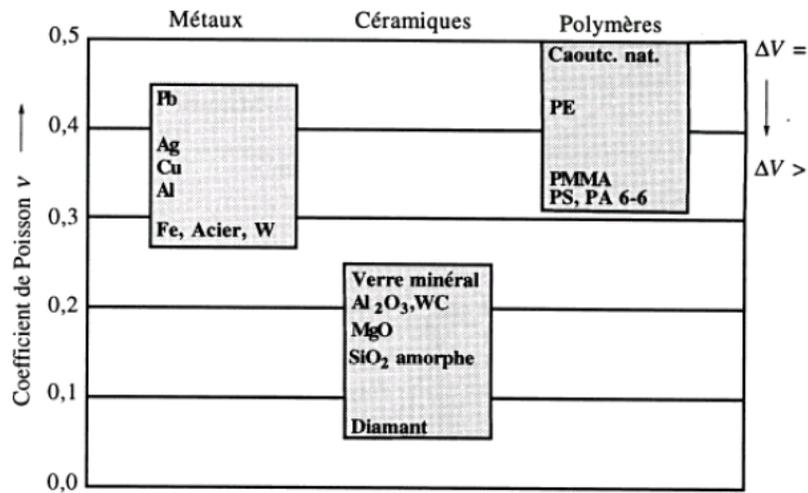


$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y_0} \\ \varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z_0} \end{array} \right\} \text{avec } \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$$

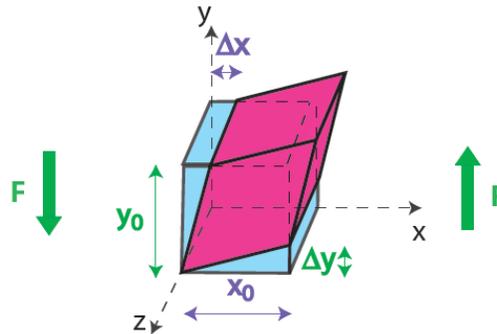
ν (sans dimension) : est le coefficient de poisson et représente une autre constante caractéristique du matériau

$$\nu = \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}}$$



Coefficients de Poisson de différents matériaux

2.5 Module de cisaillement



γ_{xy} : déformation par distorsion

$$\gamma_{xy} = \frac{\Delta_y}{x_0} = \frac{\Delta_x}{y_0} = \frac{T_{xy}}{2G}$$

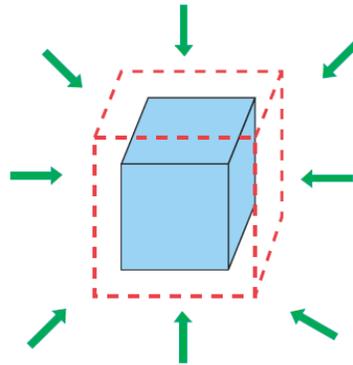
$$\Rightarrow T_{xy} = 2G\gamma_{xy}$$

G : module de Coulomb ou de cisaillement

Dans le cas d'un milieu isotrope, le module de cisaillement est lié au module d'Young et au coefficient de Poisson par la relation suivante :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

2.6 Module de compressibilité



Pression hydrostatique **P** appliquée au solide

$$\frac{\Delta V}{V_0} = - \frac{P}{K}$$

K : module de compressibilité (en MPa)

Dans le cas d'un matériau isotrope, deux constantes d'élasticité (E et ν par exemple) suffisent pour caractériser son comportement élastique.

Matériau	<i>K</i>
acier	160 GPa
eau	2,2 GPa
air	0,0001 GPa

3 COMPORTEMENT VISQUEUX DES SOLIDES

Pour un fluide, la viscosité désigne la capacité du fluide à s'écouler. Pour un solide, un comportement est qualifié de visqueux si les efforts ou les contraintes dépendent de la vitesse de déplacement ou de déformation ($\sigma=f(d\epsilon/dt)$). Cette sensibilité à la vitesse dépend fortement de la température. La viscosité des solides caractérise leurs résistances au cisaillement

On définit la viscosité d'un matériau η par :

$$\eta = \frac{d\tau}{d\gamma}$$

où

- τ : contrainte de cisaillement
- γ : déformation dans le plan de cisaillement

Lorsqu'on étudie la viscosité sur une grande plage de vitesse de déformation, 2 grands types de comportement sont observés :

1. comportement Newtonien
2. comportement non-newtonien

3.1 Comportement Newtonien

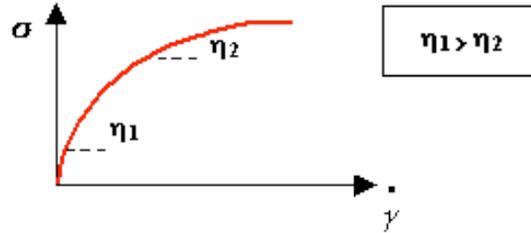
Si la viscosité reste constante ($\eta = \text{cte}$) : le comportement est dit **Newtonien**. La relation contrainte vitesse de déformation s'écrit :

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon_v}{dt}$$

Représentation symbolique : amortisseur



Exemples : eau,...



3.2 Comportement non-Newtonien

Si la viscosité ne reste pas constante : le comportement est dit **non-Newtonien**.

La relation contrainte vitesse de déformation s'écrit :

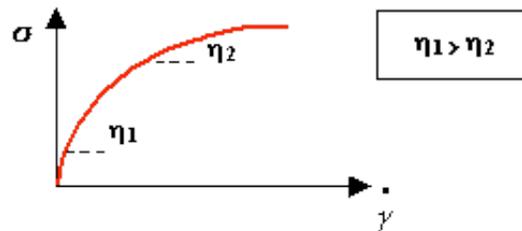
$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon_v}{dt} \text{ avec } \eta = K \left| \frac{d\varepsilon_v}{dt} \right|^m$$

où

- K : indice de consistance du matériau
- m : indice de pseudo-plasticité

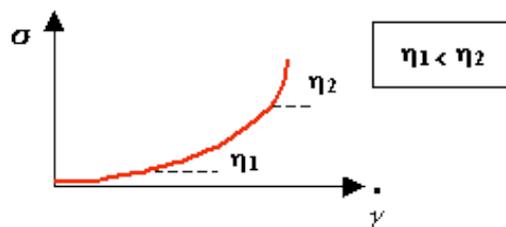
Si la viscosité diminue quand la vitesse de déformation augmente : le comportement est dit rhéo-fluidifiant

Exemples : peinture, shampoing,...



Si la viscosité augmente quand la vitesse de déformation augmente : le comportement est dit rhéo-épaississant

Exemples : Sable mouillé,...



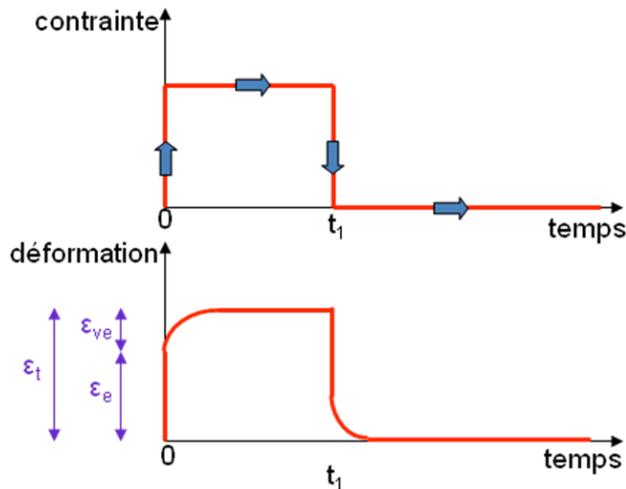
4 COMPORTEMENT VISCOÉLASTIQUE DES SOLIDES

La viscoélasticité sert à décrire le comportement de matériaux réversibles, mais sensibles à la vitesse de déformation. On peut citer par exemple les polymères, et dans une moindre mesure, le béton et le bois, comme matériaux à comportement viscoélastique.

Dans ce cours, nous nous limiterons aux schématisations linéaires de ce type de comportement. On peut citer les modèles de Kelvin-Voigt et de Maxwell. Ces modèles s'appliquent principalement au comportement viscoélastique des polymères* (caoutchouc, bois, papier, fibres végétales, polystyrène,...).

* Un polymère est une molécule très large (macromolécule) formée par la répétition d'entités chimiques simples (les mères) reliées par des liaisons covalentes.

Lorsqu'on les soumet à une contrainte instantanée, certains matériaux subissent, dans le domaine élastique, une déformation instantanée (ϵ_e : déformation élastique) suivie d'une déformation différée (ϵ_{ve} : déformation viscoélastique).



La déformation totale est la somme de la déformation élastique ϵ_e et de la déformation viscoélastique ϵ_{ve}

$$\epsilon_t = \epsilon_e + \epsilon_{ve}$$

La déformation élastique ϵ_e représente le comportement d'un ressort de raideur k

La déformation viscoélastique représente le comportement d'un amortisseur de coefficient de viscosité η

Il existe plusieurs types de modèles (ressorts et amortisseurs) pour modéliser le comportement viscoélastique des matériaux. Exemples : modèle de **Kelvin-Voigt** ; modèle de **Maxwell**

4.1 Modèle viscoélastique de type Kelvin-voigt

Ressort monté en parallèle avec un amortisseur

Le ressort et l'amortisseur subissent la même déformation

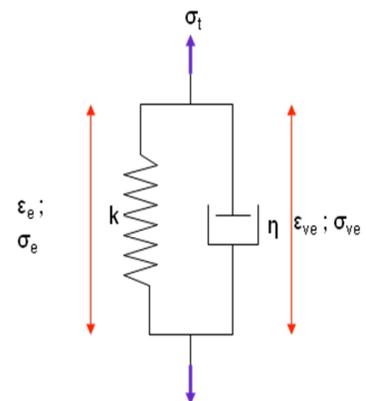
$$\epsilon_t = \epsilon_e = \epsilon_{ve}$$

La contrainte totale est la somme des contraintes

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_{ve}$$

Loi de comportement

$$\epsilon_t(t) = \frac{\sigma_t}{k} \left(1 - \exp\left(-\frac{k}{\eta} t\right) \right)$$



Démonstration :

Contrainte dans le ressort

$$\sigma_e = k \varepsilon_e$$

Contrainte dans l'amortisseur

$$\sigma_{ve} = \eta \frac{d\varepsilon_{ve}}{dt}$$

Contrainte totale

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_e + \sigma_{ve} \\ &= k \varepsilon_e + \eta \frac{d\varepsilon_{ve}}{dt} \\ &= k \varepsilon_t + \eta \frac{d\varepsilon_t}{dt} \quad (\text{car } \varepsilon_t = \varepsilon_e = \varepsilon_{ve}) \end{aligned}$$

Equation différentielle donnant la déformation totale

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} + \frac{k}{\eta} \varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{\eta}$$

Solution de cette équation

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{\eta} \left(1 - \exp\left(-\frac{k}{\eta} t\right) \right)$$

Ce comportement viscoélastique se manifeste dans les matériaux polymères à l'état caoutchoutique.

4.2 Modèle viscoélastique de type Maxwell

Ressort monté en série avec un amortisseur.

Le ressort et l'amortisseur subissent la même contrainte :

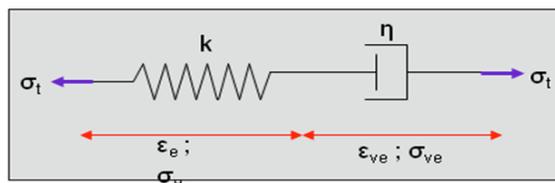
$$\sigma_t = \sigma_e = \sigma_{ve}$$

La déformation totale est la somme des déformations :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_{ve}$$

Loi de comportement :

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{\eta} t + \frac{\sigma_t}{k}$$



Démonstration :

déformation totale

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_{ve}$$

$$\frac{d\varepsilon_t}{dt} = \frac{d\varepsilon_e}{dt} + \frac{d\varepsilon_{ev}}{dt}$$

or $\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{k} = \frac{\sigma_t}{k}$ (car $\sigma_t = \sigma_e = \sigma_{ve}$)

$$\Rightarrow \frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d\sigma_t}{dt}$$

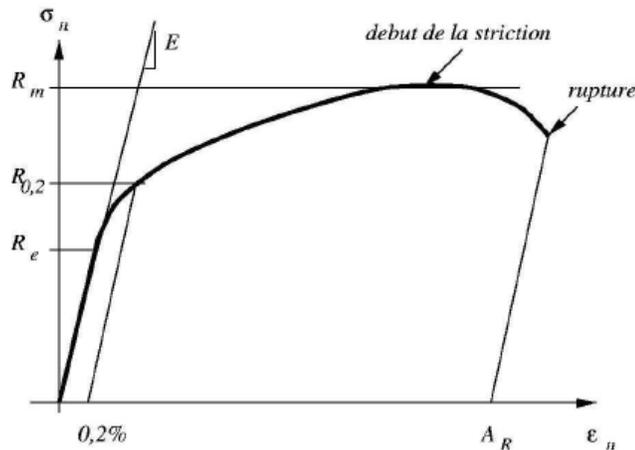
de plus $\sigma_{ve} = \eta \frac{d\varepsilon_{ev}}{dt} = \sigma_t$

$$\Rightarrow \frac{d\varepsilon_{ev}}{dt} = \frac{\sigma_t}{\eta}$$

d'où : $\frac{d\varepsilon_t}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d\sigma_t}{dt} + \frac{\sigma_t}{\eta}$ dont la solution est $\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{\eta} t + \frac{\sigma_t}{k}$

5 COMPORTEMENT PLASTIQUE DES SOLIDES

Tous les matériaux possèdent une limite d'élasticité, qui correspond à un chargement critique à partir duquel le comportement du matériau n'est plus réversible. Il peut y avoir rupture brutale (cas du verre), rupture progressive (cas du béton), mais dans la plupart des cas il y a **plastification** du matériau. Ceci signifie que sa forme est changée de façon irréversible, contrairement au domaine d'élasticité où le solide reprend sa forme initiale lorsque l'on relâche les efforts.



Courbe de traction nominale

On appelle ainsi des solides qui, après cessation des sollicitations, présentent des déformations permanentes instantanément stables et qui sont en équilibre sous sollicitation.

Leur comportement ne dépend pas explicitement du temps.

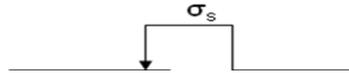
Par définition, la déformation plastique ε_p est celle qui correspond à la configuration relâchée (contrainte nulle)

5.1 Solide rigide parfaitement plastique

A l'inverse des transformations élastiques, des processus irréversibles (ou plastiques) sont à considérer lorsque, après l'application et la suppression d'une sollicitation, le corps ne retrouve pas, et même au bout d'un temps très long, la forme ou les dimensions qu'il avait à l'origine. Par exemple, la rupture d'un matériau est irréversible, les glissements de terrains ou les avalanches en sont des manifestations observables. Pour ce type de comportement, la déformation est nulle ou négligeable en dessous d'un seuil de contrainte σ_s et arbitraire pour cette valeur :

$$\epsilon = 0 \text{ quand } \sigma < \sigma_s$$

Le modèle rhéologique pour un comportement rigide parfaitement plastique est le patin



Le patin ne peut avancer si l'intensité de la force σ est inférieure à celle de la force de frottement σ_s

Application : mécanique des sols, analyse de la mise en forme des métaux.

5.2 Solide élastique parfaitement plastique

Pour un comportement élastique parfaitement plastique, la déformation est élastique linéaire au dessous d'un seuil σ_s et arbitraire et indépendante de la vitesse de déformation pour cette valeur de contrainte.

$$\text{si } \sigma < \sigma_s \text{ on a } \epsilon = \epsilon_{\text{élastique}}$$

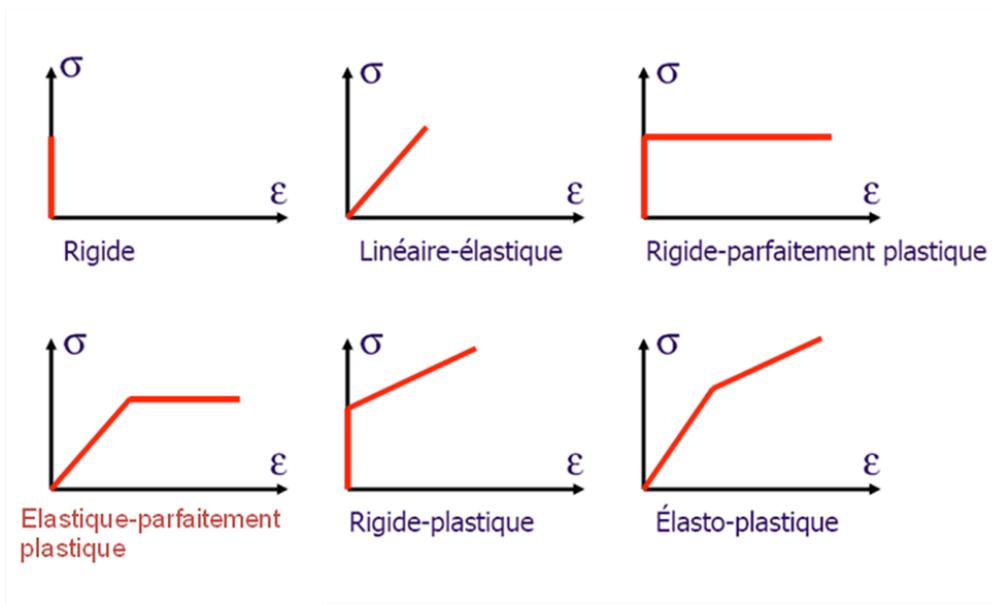
$$\text{si } \sigma = \sigma_s \text{ on a } \epsilon = \epsilon_{\text{élastique}} + \epsilon_{\text{plastique}}$$

Le modèle rhéologique pour un comportement élastique parfaitement plastique est le modèle de Saint-Venant (ressort en série avec un amortisseur).



Application : acier à faible teneur en carbone.

5.3 Quelques comportements mécaniques des matériaux



Courbes idéalisées

6 CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES MATÉRIAUX

Le but des essais mécaniques est d'obtenir des valeurs des propriétés qui seront utilisables dans le calcul de résistance des matériaux.

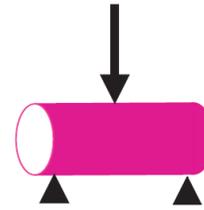
Les essais mécaniques doivent impliquer des états de contrainte simples et connus :



Traction



Compression

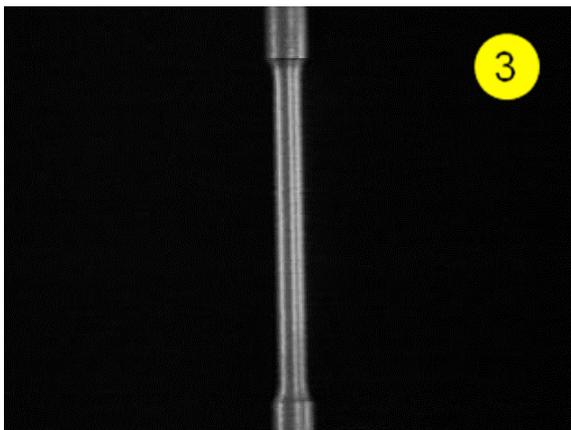


Flexion

6.1 Essai de traction

6.1.1 Principe

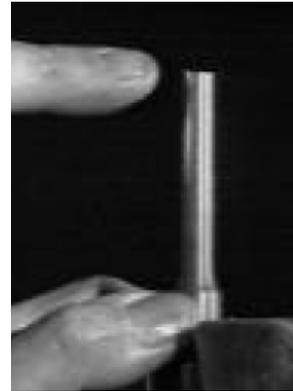
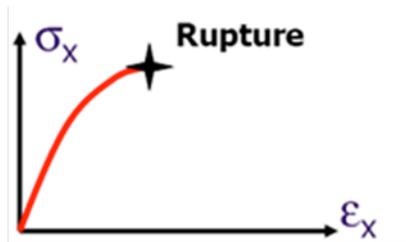
Soumettre une éprouvette du matériau à étudier à une traction et mesurer l'allongement correspondant.



6.1.2 Comportement des matériaux

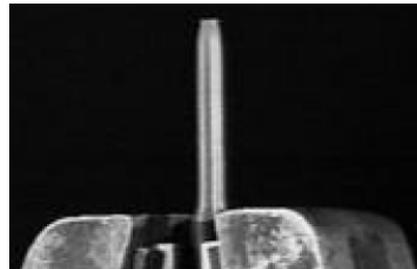
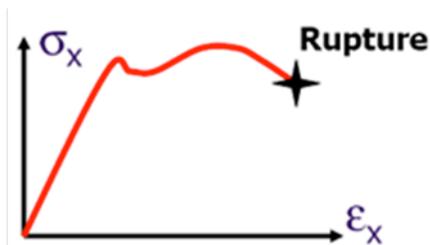
On peut avoir trois types de courbe qui correspondent à trois comportements possibles des matériaux :

- **Comportement fragile**



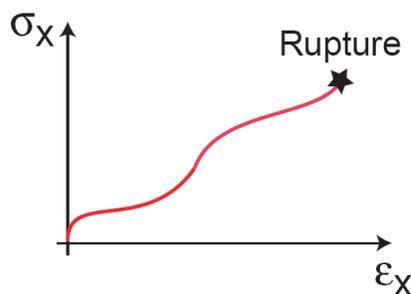
La rupture se produit alors que les déformations sont élastiques.

- **Comportement ductile**



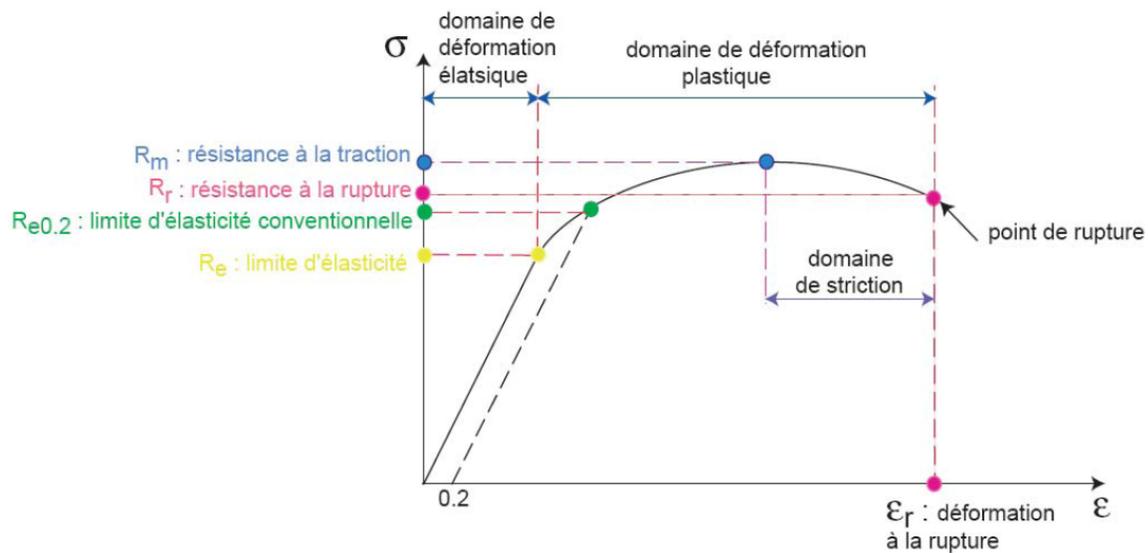
Une déformation plastique permanente, accompagnée d'un durcissement du matériau, suit la déformation élastique.

- **Comportement élastique non-linéaire**



La déformation n'est pas proportionnelle à la charge qui la provoque.

6.1.3 Description de la courbe de traction d'un matériau ductile



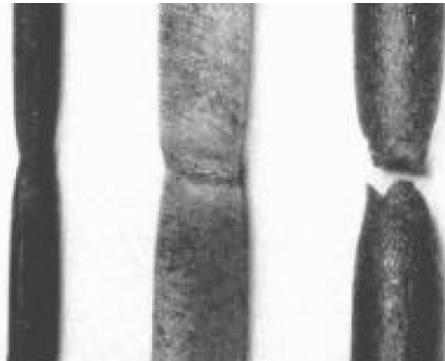
- **Striction (notée Z) :**

La striction est la variation de la section à l'endroit où la rupture s'est produite

$$Z = \frac{S_0 - S_f}{S_0}$$

avec :

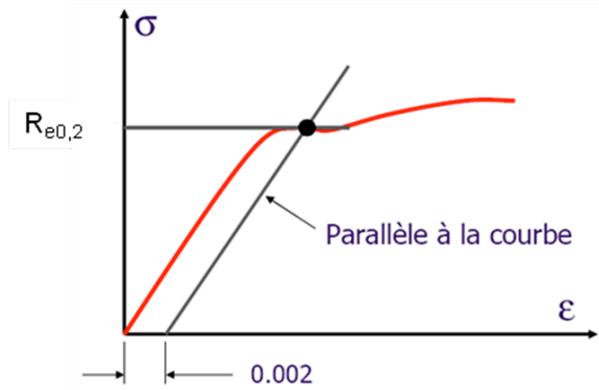
- S_0 : section initiale de l'éprouvette avant déformation
- S_f : section finale de l'éprouvette après déformation



- **Limite d'élasticité (notée R_e)**

Correspond à la contrainte à partir de laquelle le comportement du matériau s'écarte de la loi de Hooke ($\sigma = E\epsilon$) : c'est le moment où apparaît la première déformation plastique.

- Limite conventionnelle d'élasticité à 0.2% (notée $R_{e0,2}$)**
 Contrainte appliquée nécessaire pour causer un allongement plastique permanent de 0.2%. Souvent utilisée quand il est difficile de déterminer la limite élastique de manière précise.



- Résistance à la traction (notée R_m)**
 Contrainte appliquée nécessaire pour causer la rupture d'un matériau.
- Allongement à la rupture (notée ϵ_r)**
 Elle définit la capacité d'un matériau à s'allonger avant de rompre.

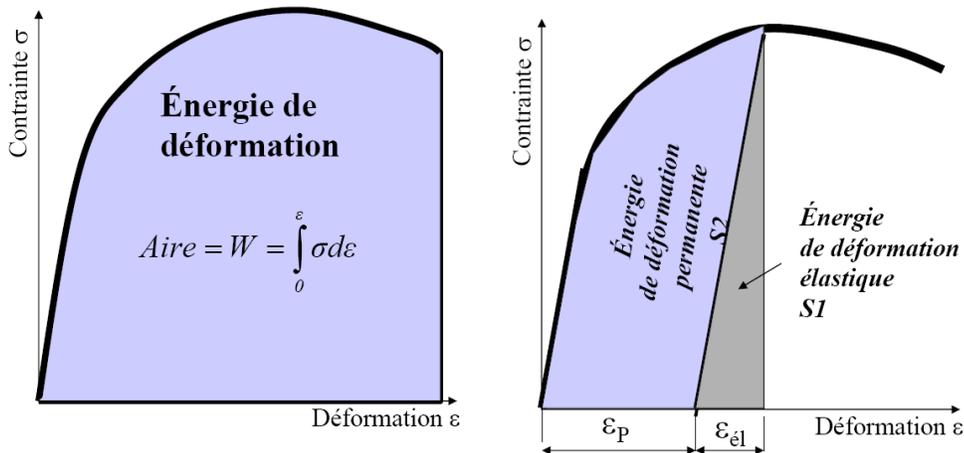
$$\epsilon_r = \frac{L_f - L_0}{L_f}$$

avec :

- L_0 : longueur initiale de l'éprouvette
- L_f : longueur de l'éprouvette après rupture

L'allongement à la rupture est une mesure de ductilité. Il est nul pour les matériaux fragiles.

- Énergie de déformation**



Dans le domaine élastique

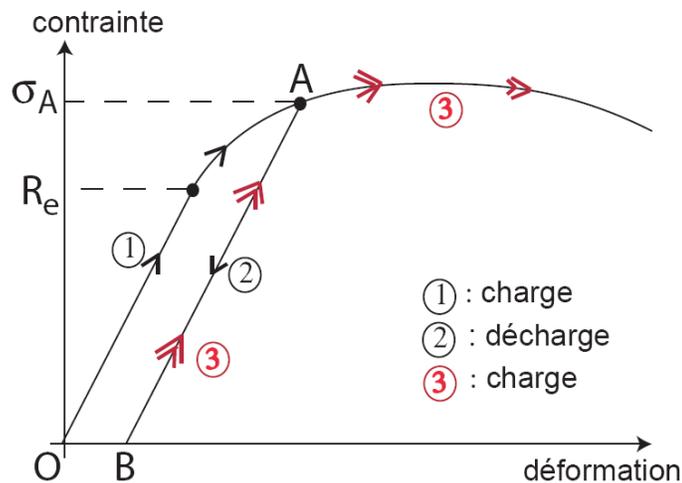
$$W = \int_0^{\epsilon} \sigma d\epsilon = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E}$$

Propriétés	caractérise	Mesurée par
<i>Rigidité</i>	Intensité des liaisons	Modules d'élasticité (E, G)
<i>Résistance</i>	Contrainte maximale appliquée pour rompre le matériau	Résistance à la traction R_m
	Transition élastique-plastique	Limite d'élasticité $R_{e0,2}$
<i>Ténacité</i>	Opposition à la propagation brutale d'une fissure ou d'une entaille	Energie fournie pour rompre le matériau
<i>Ductilité</i>	Capacité du matériau à se déformer de façon plastique	Allongement à la rupture A%

6.1.4 L'écroutissage

L'écroutissage d'un métal correspond aux modifications qu'il subit lorsque les contraintes qui lui sont appliquées sont suffisamment fortes pour provoquer des déformations plastiques permanentes (modification de la structure interne du métal).

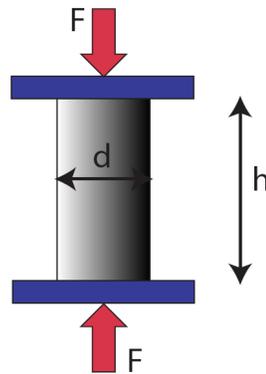
L'écroutissage se caractérise par l'augmentation de la limite d'élasticité.



- 1) On charge. On Arrête l'essai au point A (zone plastique) et on décharge (on ramène la contrainte à 0) : la déformation suit la droite AB
- 2) Lorsqu'on reprend l'essai, la nouvelle limite d'élasticité σ_A est supérieure à R_e
- 3) On garde la même pente => même module de Young

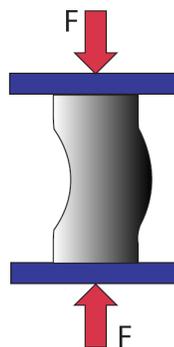
6.2 Essai de compression

Consiste à soumettre une éprouvette de forme cylindrique à deux forces axiales opposées, en la plaçant entre les plateaux d'une presse.



Essai de compression sur le béton

Si l'éprouvette est trop haute par rapport à son diamètre, il y a risque d'apparition d'une instabilité élastique : **le flambage**



Pour éviter le problème de flambage, il faut que $(h/d) < 3$

Remarques :

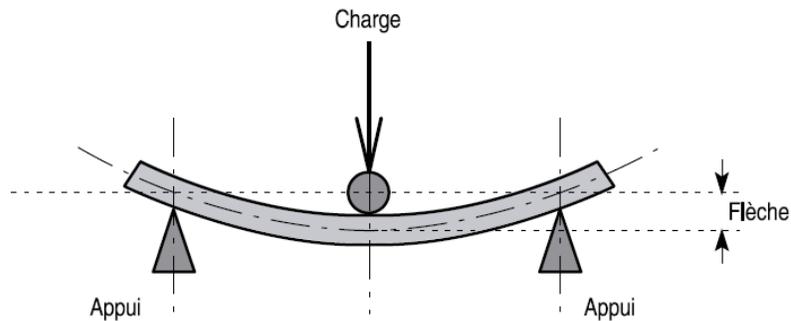
- L'essai de compression ne permet pas d'atteindre la rupture si le matériau étudié est ductile
- Les essais de compressions sont surtout utilisés pour déterminer la contrainte de rupture des matériaux fragiles (béton, céramiques,...). Ces matériaux, du fait des défauts qu'ils comportent, résistent mal à la traction.

6.3 Essai de flexion à trois points

Cet essai permet de caractériser des propriétés intrinsèques et extrinsèques du matériau étudié. Il est très facile à mettre en œuvre (absence de système de fixation d'éprouvette, géométrie simple de l'échantillon), et il reproduit assez bien les sollicitations courantes auxquelles sont soumises les pièces industrielles.

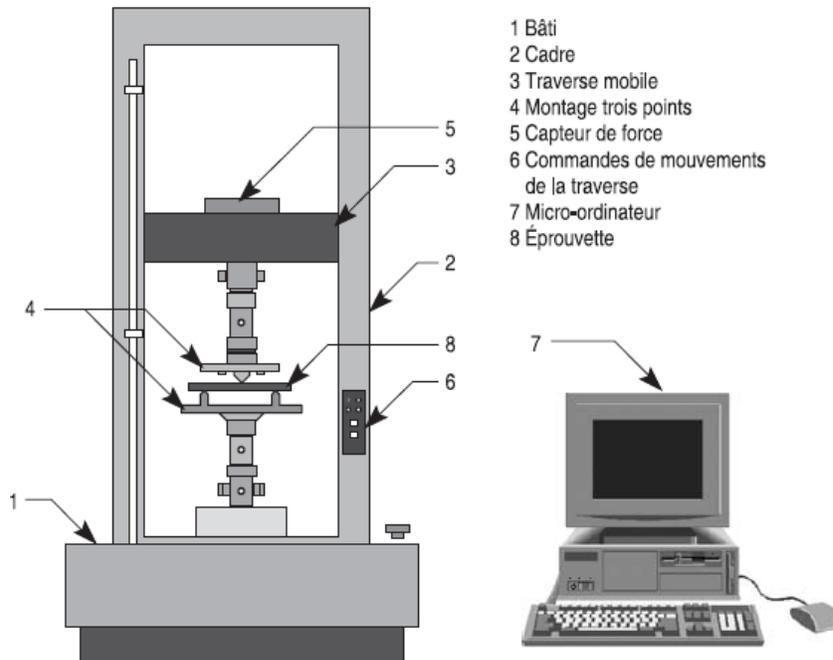
Principe :

L'essai de flexion détermine l'aptitude à la déformation d'un matériau sur deux appuis avec une application de l'effort à mi-distance des appuis. On impose à une éprouvette normalisée une déformation, ou *flèche*, à vitesse de déformation constante, et on mesure la force qu'oppose l'éprouvette à cette déformation.



Machine de flexion

Une *machine de flexion* est constituée d'un bâti rigide qui comprend une traverse fixe à laquelle est fixée la base du montage de flexion sur laquelle repose l'éprouvette. La partie du complément du montage qui va appuyer sur l'éprouvette est fixée à une traverse mobile.

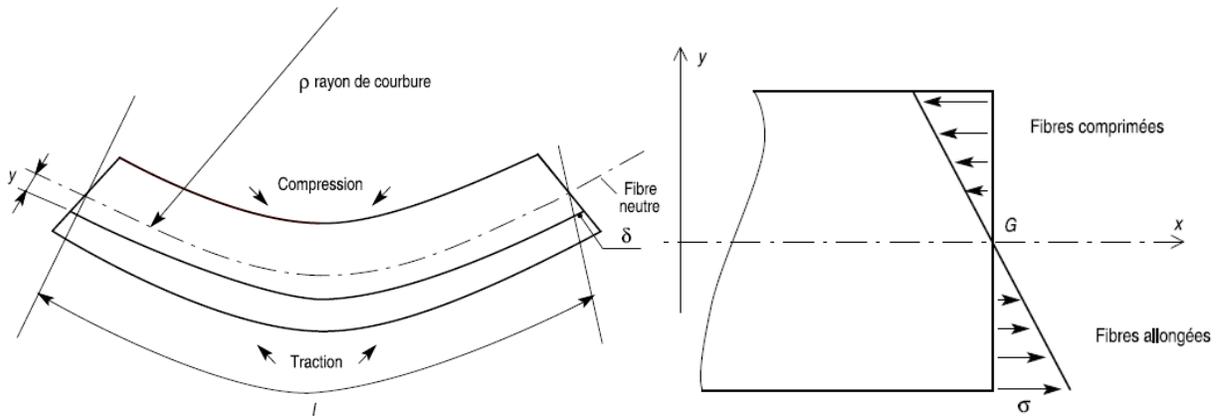




Exemple de montage pour l'essai de flexion à trois points

Dans l'essai de flexion, les contraintes varient de façon continue de part et d'autre de l'axe neutre où elles sont nulles :

- d'un côté, elles sont en compression (côté concave de l'éprouvette)
- de l'autre, en tension



La valeur maximale de la contrainte pour un essai de flexion sur une éprouvette de section rectangulaire (b et h) et de longueur L est donnée par :

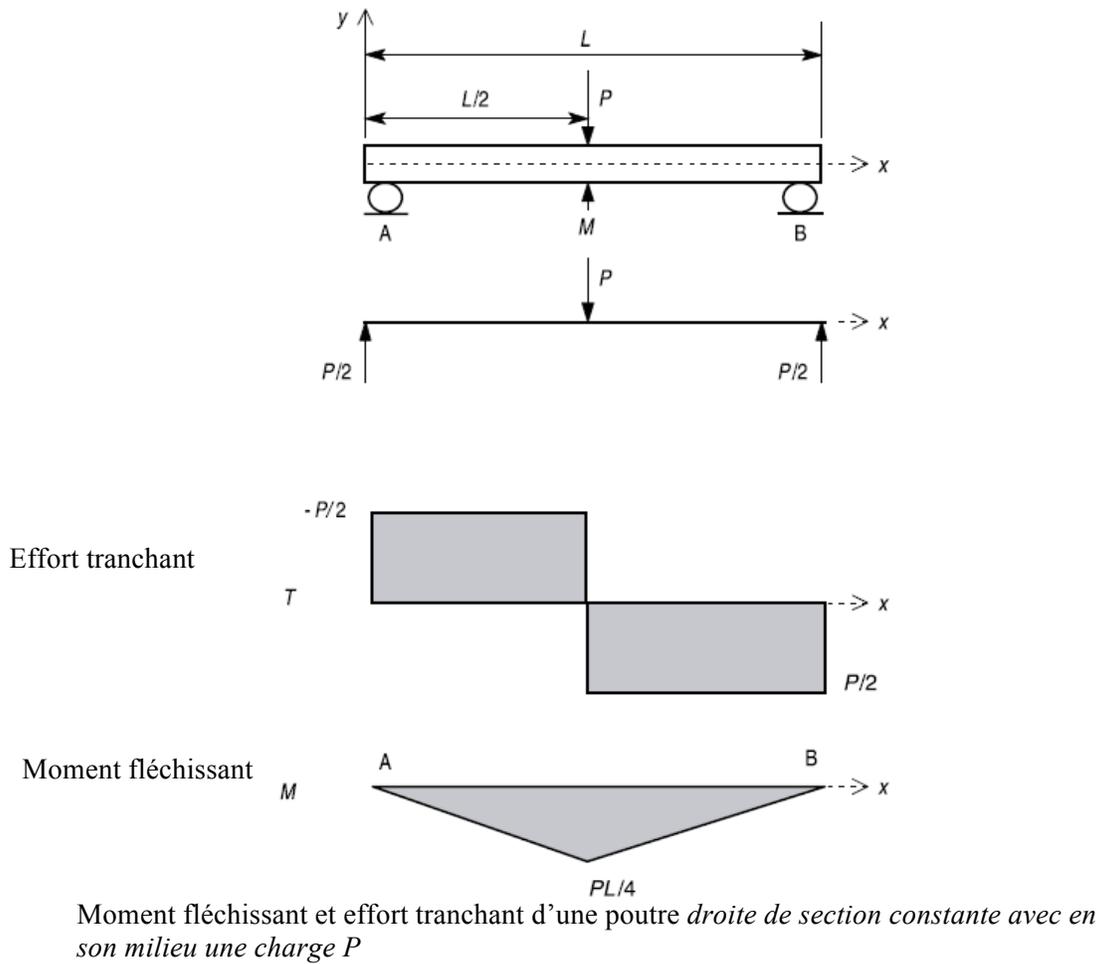
$$\sigma_{\max} = \frac{3 PL}{2 bh^2}$$

La valeur maximale de la déformée (la flèche) est donnée par :

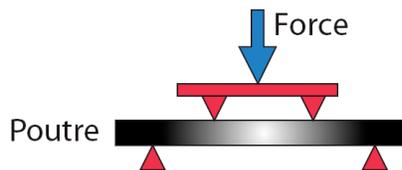
$$Y_{\max} = \frac{PL^3}{48EI}$$

où I est le moment d'inertie de la poutre :

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

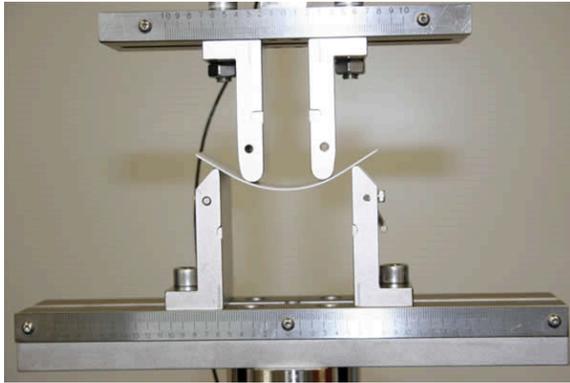


6.4 Essai de flexion à quatre points



Comme l'essai de compression, l'essai de flexion ne permet pas généralement d'atteindre la rupture des matériaux ductiles.

Les essais de flexion sont couramment utilisés pour effectuer des contrôles de qualité ou déterminer la contrainte de rupture (résistance à la flexion) des matériaux fragiles.



7 COMPORTEMENT DIFFÉRÉ DES MATÉRIAUX

7.1 Intérêt

La plupart des matériaux de construction destinés à réaliser des éléments structuraux ou des éléments de second œuvre sont sensibles à la durée d'application des **charges** ou de **déformations imposées**. La conception d'un élément quelconque doit prendre en compte le comportement différé de ces matériaux, vis - à - vis des sollicitations qui lui seront imposées. On garantira ainsi la **stabilité dimensionnelle** des éléments non structuraux en limitant le niveau des chargements extérieurs, et la **stabilité structurelle** d'éléments résistants fortement sollicités par l'estimation des déformations différées.

- **Fluage** : les déformations d'une éprouvette de matériau quelconque augmentent avec le temps sous une contrainte constante.
- **Relaxation** : la contrainte d'une éprouvette de matériau quelconque diminue avec le temps sous l'action d'une déformation imposée constante au cours du temps.
- **Recouvrance** : récupération après fluage des propriétés initiales

7.2 Comportement différé des matériaux du génie civil

Résines :

Les polymères fluent pour des niveaux de contraintes relativement élevés comparativement à leur résistance limite déterminée en traction. La température est un paramètre important, et suivant la nature du polymère, l'humidité extérieure.

Bitumes :

Idem. Plus la sensibilité à des phénomènes de sollicitations répétées (orniérage)

Bétons :

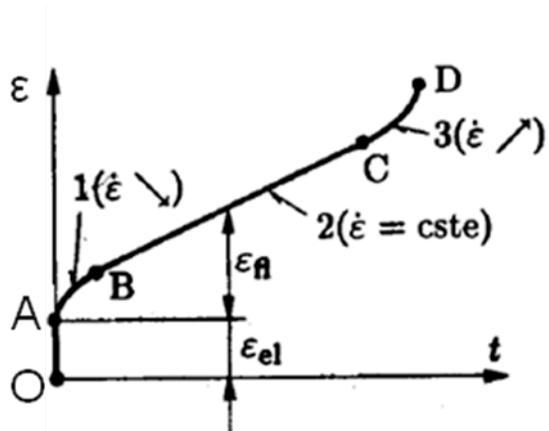
Les matériaux à matrice ciment sont sujets au fluage et à la relaxation. Les paramètres essentiels sont la composition (matériaux constitutifs de base et proportions), le taux de chargement, l'humidité extérieure.

Bois :

Le bois est sensible aux phénomènes différés de fluage et de relaxation. Le paramètre essentiel qui va modifier le comportement, autre que la nature même du bois et le taux de chargement en contrainte ou déformation, est l'humidité.

Acier :

Les aciers présentent plus ou moins de relaxation, suivant leur composition et leur structure cristalline. La prise en compte des chutes de contraintes correspondantes est nécessaire lorsque que les taux de chargement sont élevés.

7.3 Essai de fluage

Courbe type de fluage :

Fluage primaire [AB]

La première partie de la courbe correspond à une décroissance de la vitesse de déformation avec le temps. Ce premier stade du fluage est appelé fluage primaire, ou fluage transitoire. A basse température et basse contrainte, comme dans le fluage du plomb à température ambiante, le fluage primaire est le régime de fluage prédominant. La mise en équation du fluage primaire fait intervenir le temps. On retiendra essentiellement la loi du fluage parabolique ou fluage β .

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \beta t^m \text{ où } 0 < m < 1$$

Fluage secondaire [BC]

Le deuxième stade du fluage est nommé fluage secondaire ou fluage stationnaire. Il se caractérise par une vitesse de déformation constante. Cette vitesse de déformation est appelée vitesse de déformation minimale et correspond au paramètre de dimensionnement le plus important que l'on puisse tirer de la courbe de fluage. Le fluage stationnaire est couramment décrit par la loi puissance :

$$\dot{\varepsilon} = B\sigma^n \exp\left(-\frac{\Delta H}{kT}\right)$$

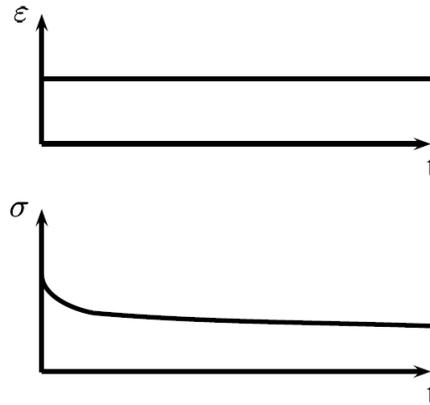
où B et n sont des constantes du matériau et ΔH l'énergie d'activation du mécanisme contrôlant la vitesse de déformation. n est compris entre 3 et 8 pour la plupart des métaux purs et alliages courants.

Fluage tertiaire [CD]

Il apparaît essentiellement dans les essais menés sous charge constante, à haute température et forte contrainte lorsque la réduction de la section de l'éprouvette devient effective, soit lors de l'apparition d'une striction, soit à cause de la formation de vides internes à l'éprouvette (décroissance de la vitesse de déformation avec le temps).

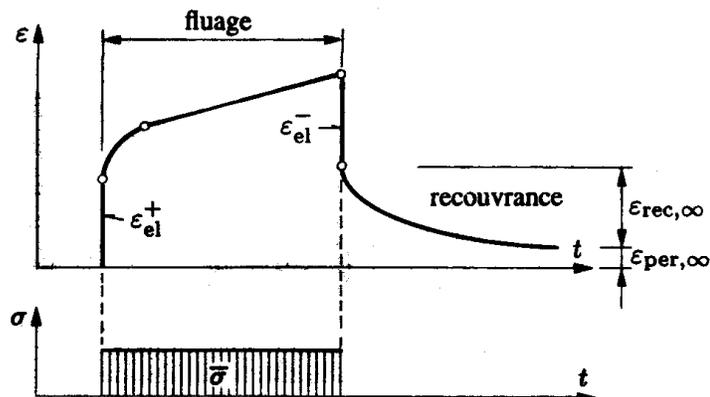
7.4 Essai de relaxation

Dans l'essai de relaxation, une déformation est imposée brusquement, puis elle est maintenue constante au cours du temps. La contrainte qui en résulte diminue progressivement au cours du temps. La contrainte chute alors que la déformation viscoplastique continue d'augmenter.



7.5 Recouvrance

C'est la récupération après fluage des propriétés initiales.



8 FATIGUE DES MATÉRIAUX

8.1 Définition de la fatigue

Pièce soumise à des charges d'amplitude variable + l'application et le retrait d'une charge un très grand nombre de fois => peut entraîner la rupture de la pièce par fatigue

La fatigue est la décroissance de la résistance du matériau aux actions variables (cycliques) avec le temps

On estime que plus de 70% des ruptures des pièces ou d'éléments d'une structure ont pour origine, ou pour cause principale, la fatigue

Exemple :

La chaussée est une structure sollicitée en flexion par le passage des véhicules. L'une des propriétés importantes du matériau est la résistance en fatigue : aptitude du matériau à résister à un nombre répété de passage des véhicules



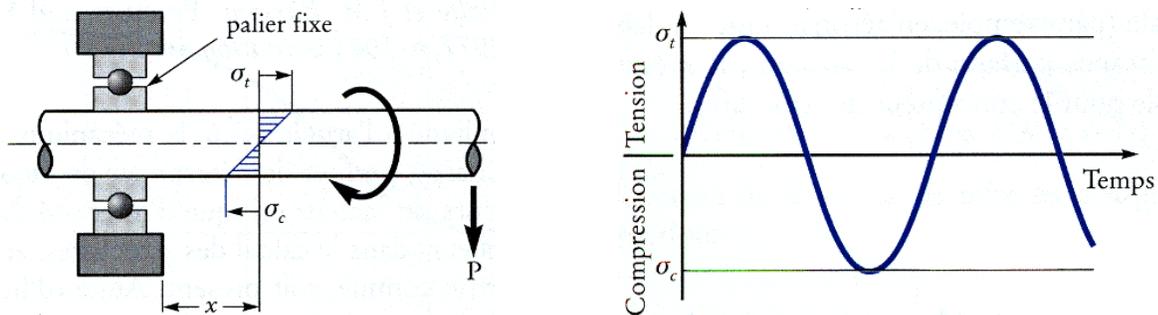
8.2 Essais de fatigue

But des essais : Reproduire les efforts réels auxquels le matériau est soumis

Exemple d'essai : Essai de flexion rotative

Pour étudier la fatigue, on utilise le plus souvent l'essai de flexion rotative :

1. On soumet les éprouvettes à des efforts simples de flexion rotative à divers niveaux d'amplitude de contrainte σ_A
2. On mesure le nombre N de cycles requis pour entraîner la rupture de l'éprouvette (cycle : charge – décharge)
3. On répète plusieurs fois l'essai à différentes amplitudes de contrainte σ_A
4. On trace, en échelle semi-logarithmique, la courbe $\sigma_A=f(N)$



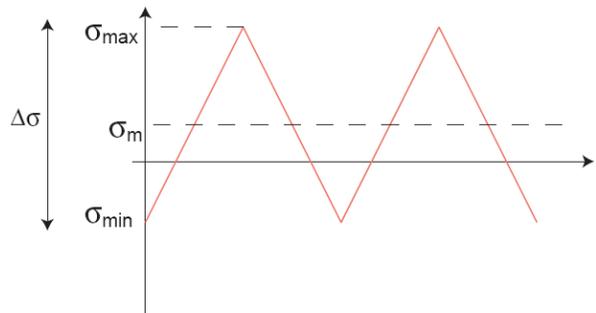
Flexion rotative : en un point de la surface de l'éprouvette, situé à une distance x du palier, la contrainte varie de façon sinusoïdale entre des valeurs absolues égales, en tension et en compression ($\sigma_t = \sigma_c$)

Divers types de sollicitation :

Un chargement de fatigue est caractérisé par une charge moyenne σ_m , nulle, positive ou négative, et par une composante variable de la contrainte (sinusoïdale, périodique ou aléatoire)

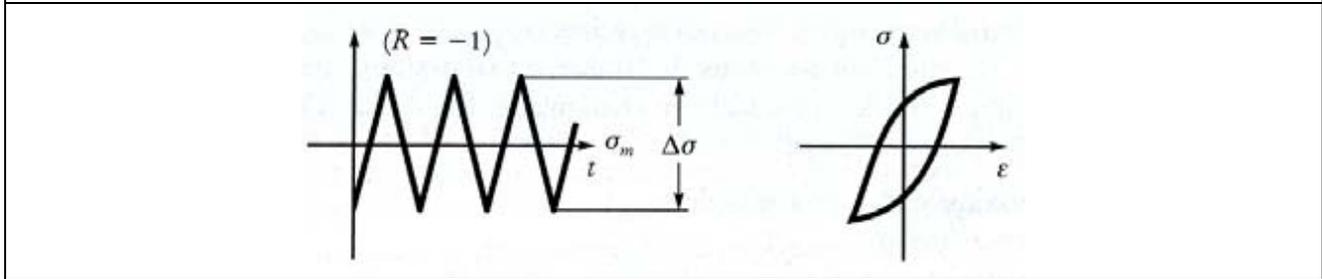
Les variables importantes caractéristiques de l'essai sont :

- Les contraintes maximales et minimales σ_{max} et σ_{min}
- L'amplitude de la contrainte $\sigma_a = 1/2(\sigma_{max} - \sigma_{min})$
- La variation de la contrainte ou contrainte alternative $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$
- La contrainte moyenne ou contrainte statique $\sigma_m = 1/2(\sigma_{max} + \sigma_{min})$
- Le rapport des contraintes $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$

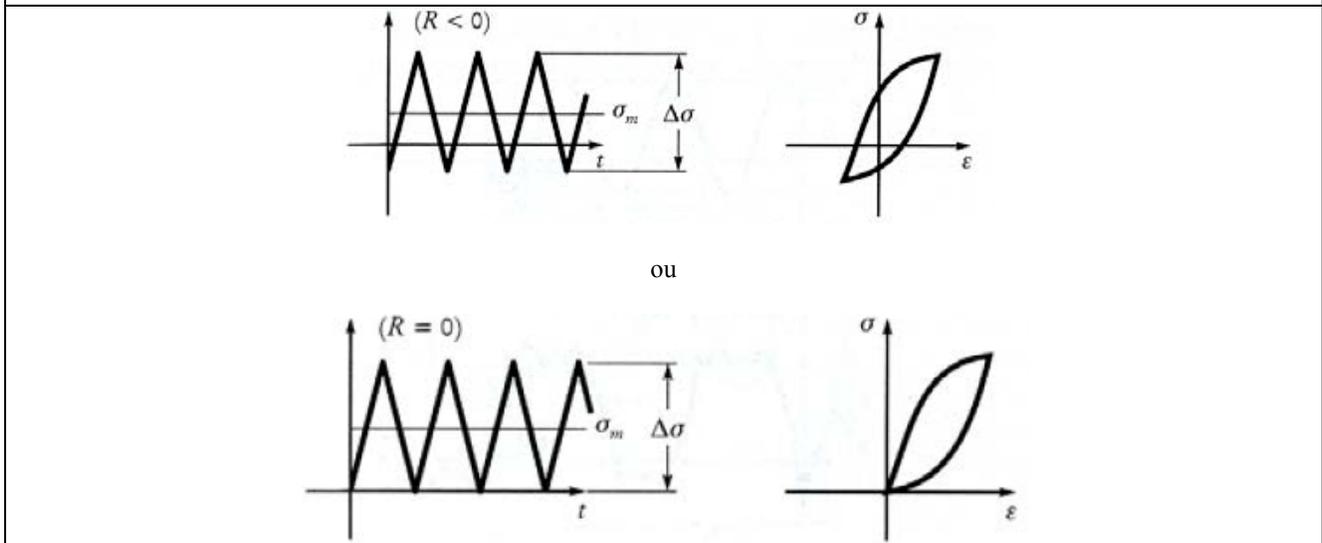


Courbes contrainte-temps et courbes contrainte-déformation au cours d'un cycle :

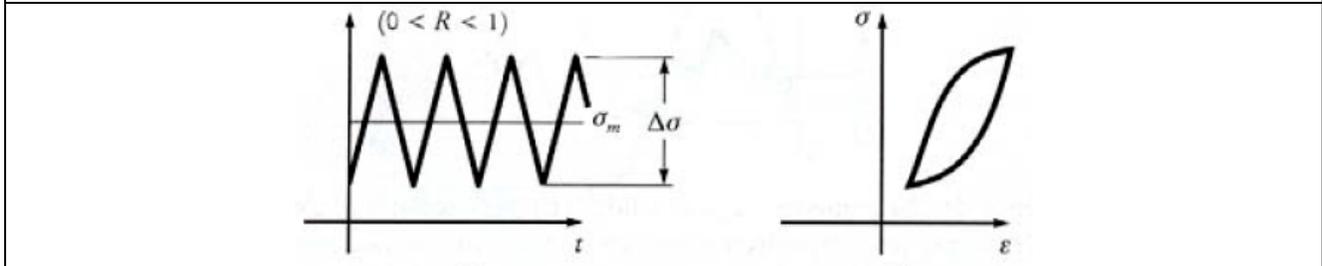
Contraintes alternées symétriques



Contraintes répétées asymétriques

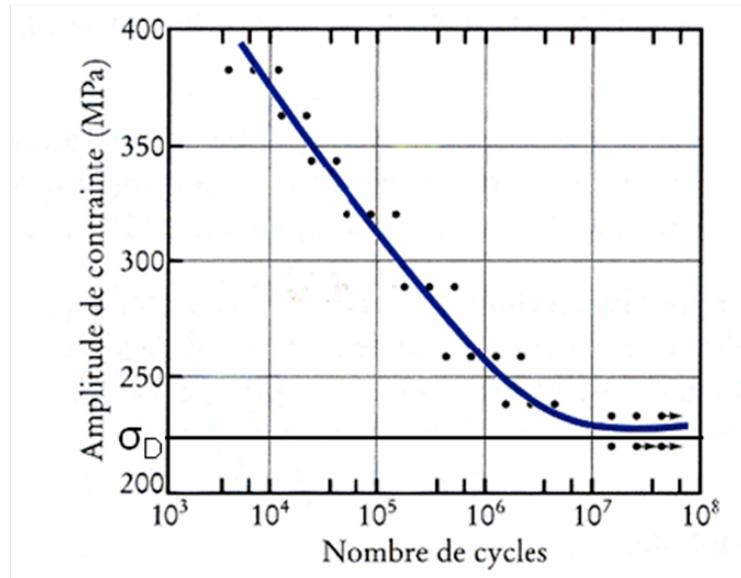


Contraintes ondulées



Résultat de l'essai : Courbe d'endurance (ou de Wöhler)

Cette courbe représente σ_a en fonction de N ($\sigma_a = f(N)$)

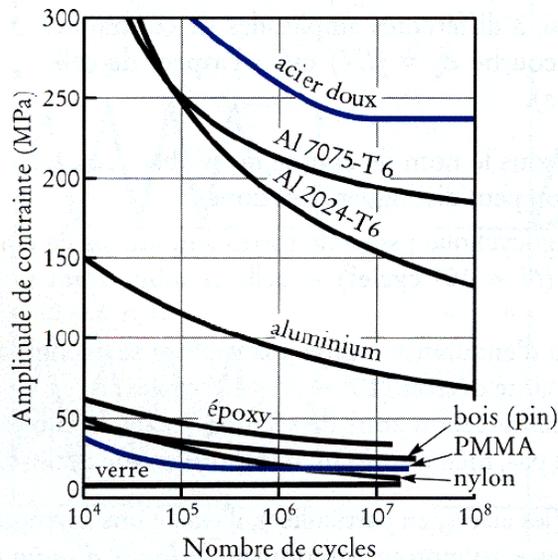


Courbe de Wöhler, pour un acier doux, donnant la variation de l'amplitude de contrainte σ_A , en fonction du nombre N de cycle à la rupture

On peut distinguer 3 zones :

1. Zone de fatigue plastique ($N < 10^4$) [A, B] : sous des fortes amplitudes de contrainte, la durée de vie de l'éprouvette est brève ($N < 10^4$ cycles)
On a une déformation plastique notable avant la rupture
2. Zone de fatigue limitée $10^4 < N < 10^6$ [B, C] : la rupture se produit après un nombre de cycles qui croît quand la contrainte décroît
3. Zone de fatigue illimitée $N > 10^7$ (zone de sécurité) [C, D] : sous faible amplitude de contrainte, la rupture ne se produit pas

Courbes d'endurance de plusieurs matériaux. Certains (acier doux, PMMA-lucite) présentent une limite d'endurance σ_D clairement déterminée, alors que dans le cas des autres, il faut définir un limite de fatigue σ_F pour un nombre donné de cycles.



Pour plusieurs matériaux, il existe une asymptote horizontale à la courbe de Wöhler. Le niveau de cette asymptote détermine la limite d'endurance (ou de fatigue) du matériau σ_D

Pour un matériau soumis à une contrainte cyclique de valeur inférieure à σ_D , la rupture par fatigue ne se produit pas en principe

Pour les matériaux fragiles comme le verre et les céramiques, la courbe d'endurance se limite à une horizontale

8.3 Les facteurs qui influencent la fatigue des matériaux

- La contrainte moyenne
- La concentration de contrainte : à l'emplacement d'un accident de géométrie (rainure, gorge,...), la contrainte locale est augmenté par rapport à la contrainte nominale.
- L'état de surface : présence des défauts superficiels
- Effet d'échelle : une pièce de plus grande dimension présentera une plus faible durée de vie (effet statique)
- Contraintes résiduelles : les contraintes, qui résultent de la fabrication, sont présentes dans la pièce mécanique en l'absence de tout effort extérieur

Conservatoire National des Arts et Métiers

Matériaux de construction CCV015

Enseignant responsable : W. LARBI

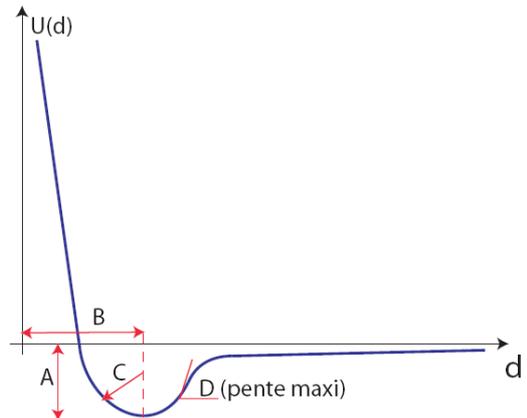
Travaux Dirigés n°1

Propriétés mécaniques des matériaux

Exercice n°1

La courbe ci-contre schématise la variation de l'énergie interne U d'un ensemble d'atomes (au zéro degré absolu) en fonction de la distance d entre ces atomes. Cette courbe est caractérisée par certains paramètres **A**, **B**, **C**, **D**.

Dans la liste des propriétés d'un matériau qui est donnée dans le tableau réponse, associez l'un des paramètres **A**, **B**, **C** ou **D** à la propriété qui y est directement reliée.

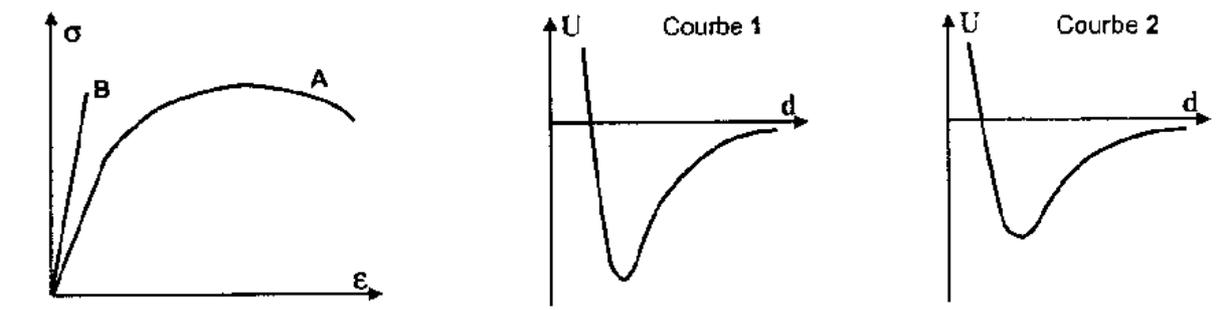


<i>Propriété</i>	<i>Paramètre</i>	<i>Propriété</i>	<i>Paramètre</i>
Distance interatomique à la température de fusion		Module d'Young	
Distance interatomique au zéro degré absolu		Conductivité thermique	
Énergie de déformation élastique		Coefficient de dilatation linéique	
Température de vaporisation		Résistance théorique à la traction	
Ductilité		Conductivité électrique	

Exercice n°2

Les courbes de traction de deux matériaux A et B sont schématiquement représentées ci-dessous. Chacun de ces matériaux est constitué d'atomes identiques. Le module de Young de ces matériaux est supérieur à 60 GPa.

Deux courbes 1 et 2, schématisant la variation de l'énergie interne U d'un matériau en fonction de la distance d entre ses atomes, sont aussi données ci-dessous (l'échelle des axes U et d est la même pour les deux courbes).



- que peut-on dire du comportement en traction de chacun des matériaux ? Justifiez votre réponse.
- Quel matériau a le module d'Young le plus élevé ? Justifiez votre réponse.
- Associez l'une des courbes $U=f(d)$ à chacun des matériaux A et B. Justifiez votre réponse.
- Quel matériau a la température de vaporisation la plus élevée ? Justifiez.
- Quel matériau a le coefficient de dilatation linéique le plus élevé ? Justifiez.

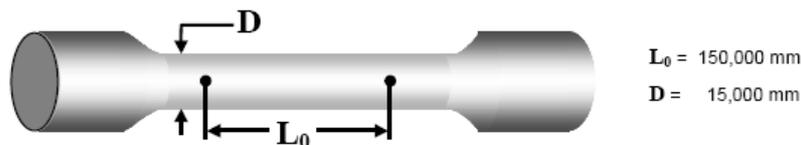
Exercice n°3

Sur la courbe de traction $\sigma = f(\varepsilon)$ d'un fer polycristallin, on a relevé une limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ égale à 280 MPa. Sous cette contrainte, la déformation totale et de l'éprouvette de traction était égale à 0,337 %.

- Quelle est la valeur (en GPa) du module d'Young E de ce fer polycristallin ?
- Si ce fer polycristallin est mis sous une contrainte de 350 MPa, quelle est la valeur (en kJ/m³) de l'énergie élastique W_{el} emmagasinée par unité de volume de matériau ?

Exercice n°4

Un essai de traction a été réalisé sur une éprouvette cylindrique d'acier inoxydable 316. Le plan de cette éprouvette ainsi que la courbe brute de traction $F = f(\Delta L)$ sont donnés ci-dessous.

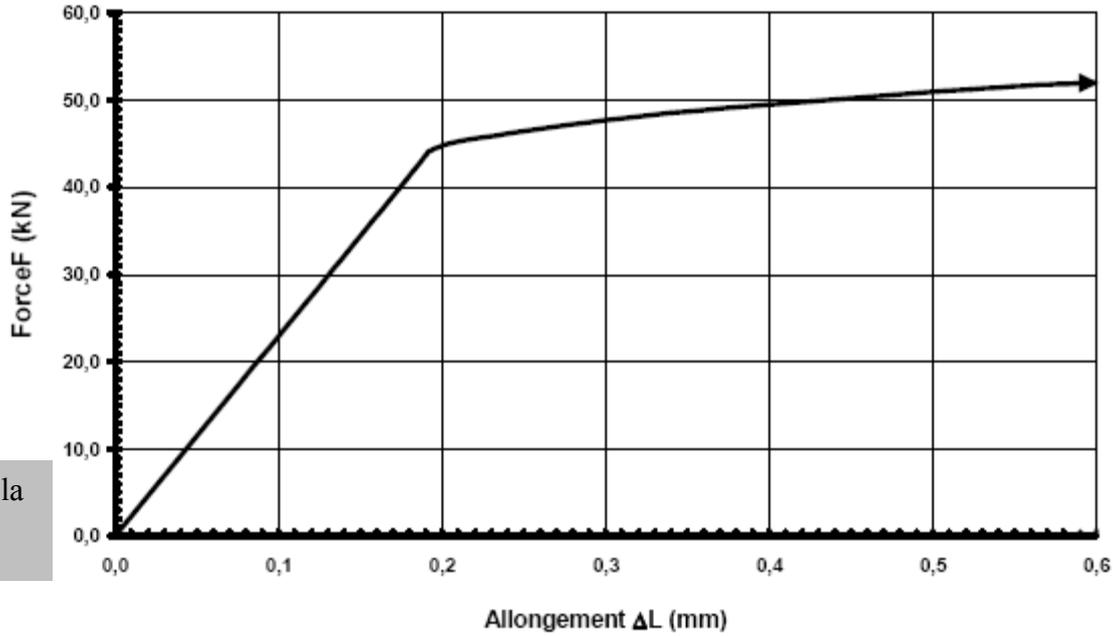


Grâce à ces données, calculez :

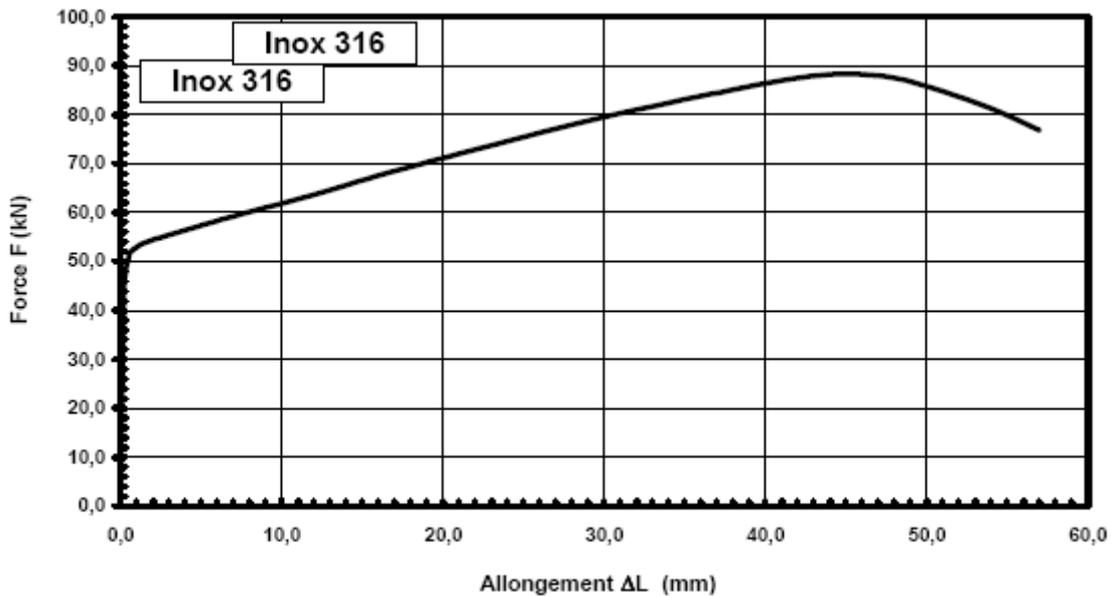
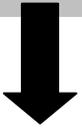
- le module d'Young E (en GPa) du matériau;
 - sa limite proportionnelle d'élasticité R_e (en MPa);
 - sa limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ (en MPa);
 - sa résistance à la traction R_m (en MPa);
 - sa déformation totale ε_t (en %) juste avant la rupture;
 - son allongement final A (en %) après rupture.
 - Quelle est l'énergie élastique libérée par unité de volume de matériau à l'instant de sa rupture dans la section réduite ?
- Lorsque l'éprouvette était soumise à une force $F = 40 \text{ kN}$, son diamètre était alors égal à 14,995 mm.
- Quelle est la valeur du coefficient de Poisson ν de l'acier inoxydable 316 ?

Après avoir imposé un allongement initial $\Delta L = 30 \text{ mm}$ à une éprouvette de traction identique à la précédente, on supprime la force appliquée à cette éprouvette. Puis, on réalise un nouvel essai de traction sur cette éprouvette de matériau pré-écroui.

- Quel sera le module d'Young E du matériau pré-écroui ?
- Quelle est la nouvelle limite d'élasticité R_e du matériau pré-écroui si l'on suppose que la déformation plastique se fait à volume constant ?
- Quelle sera la nouvelle résistance à la traction R_m du matériau pré-écroui si l'on suppose que la déformation plastique se fait à volume constant ?



Suite de la courbe



Exercice n°5

On réalise un essai de traction sur une éprouvette métallique. Cette éprouvette est caractérisée par les dimensions suivantes : section rectangulaire $S_0 = (3,2 \times 19,1) \text{ mm}^2$, longueur initiale de référence $l_0 = 63,5 \text{ mm}$.

Au cours de l'essai de traction, on fait les observations suivantes :

- La déformation plastique s'amorce lorsque la force F appliquée à l'éprouvette atteint 7430 N et que la longueur de référence est égale à 63,7 mm.
- Sous une force F égale à 9 100 N, l'allongement de la longueur de référence est égal à 0,4 mm.
- Si on décharge l'éprouvette à partir de la force $F = 9 100 \text{ N}$, il y a un allongement permanent de l'éprouvette égal à 0,127 mm.

- La valeur maximale atteinte par la force F au cours de l'essai de traction est égale à 14430 N.
- La rupture de l'éprouvette a lieu sous une force $F = 12500$ N, alors que l'allongement de l'éprouvette a atteint 0,99 mm.

- Quelle est la valeur du module d'Young E (en GPa) du métal ?
- Pour un coefficient de poisson $\nu=0,29$, quelle est la valeur du Module de Coulomb G (en GPa) du métal ?
- Quelle est la limite proportionnelle d'élasticité R_e (en MPa) du métal ?
- Quelle est la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ (en MPa) du métal ?
- Quelle est la résistance à la traction R_m (en MPa) du métal ?
- Quelle est la valeur de la déformation permanente A (en %) après rupture de l'éprouvette ?
- Calculer l'énergie élastique w_{el} (en J) emmagasinée dans l'éprouvette lorsque la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ a été atteinte.
- Quelles propriétés (E , $R_{e0,2}$, R_m , A) de ce métal peuvent être améliorées et par quelle(s) méthode(s) cette amélioration peut être obtenue ?

Conservatoire National des Arts et Métiers

Matériaux de construction CCV015

Enseignant responsable : W. LARBI

Correction Travaux Dirigés n°1

Propriétés mécaniques des matériaux

Exercice n°1

Paramètres de la courbe $U = f(d)$

Inscrivez le paramètre A, B, C, ou D dans les cases appropriées.

<i>Propriété</i>	<i>Paramètre</i>	<i>Propriété</i>	<i>Paramètre</i>
Distance interatomique à la température de fusion	---	Module d'Young	C
Distance interatomique au zéro degré absolu	B	Conductivité thermique	---
Énergie de déformation élastique	---	Coefficient de dilatation linéique	---
Température de vaporisation	A	Résistance théorique à la traction	D
Ductilité	---	Conductivité électrique	---

Exercice n°2

a- Comportement de chacun des matériaux

Matériau A : Comportement **ductile** car il subit une déformation plastique permanente avant de se rompre.

Matériau B : comportement **fragile** car sa rupture se produit alors qu'il est en régime de déformation purement élastique.

b- Matériau ayant le module d'Young le plus élevé

Le module d'Young est égal à la pente du domaine élastique de la courbe de traction. C'est donc matériau B qui a le module d'Young le plus élevé.

c- Courbe $U=f(d)$ associée à chaque matériau

Le module d'Young du matériau est inversement proportionnel au rayon de courbure de la courbe $U=f(d)$ à son minimum. La courbe $U=f(d)$ sera d'autant plus « pointue » que ce rayon de courbure est petit. La courbe 1 est donc associée au matériau B et la courbe 2 au matériau A.

d- Matériau ayant la température de vaporisation la plus élevée

La température de vaporisation est proportionnelle à la profondeur du puits de potentiel de la courbe $U=f(d)$. Elle est aussi proportionnelle au module d'Young du matériau. C'est donc le matériau B qui a la température de vaporisation la plus élevée (courbe 1).

e- Matériau ayant le coefficient de dilatation linéique le plus élevé

Plus la courbe $U=f(d)$ est évasée et dissymétrique par rapport à la verticale passant par son minimum, plus le coefficient de dilatation linéique du matériau est élevée. C'est donc la matériau A qui a le coefficient de dilatation le plus élevé (courbe 2).

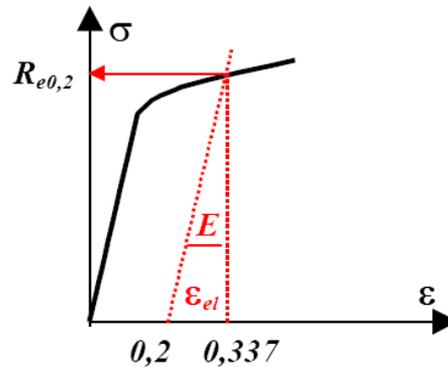
Exercice n°3

- a- La courbe de traction est représentée schématiquement ci-dessous. À la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$, la déformation totale ε_t est égale à 0,337 % et la déformation élastique ε_{el} est égale à :

$$\varepsilon_{el} = (\varepsilon_t - 0,2)\% = 0,137\%.$$

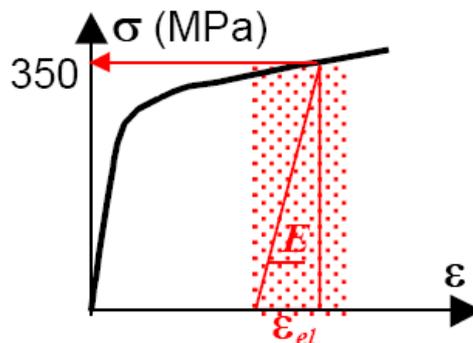
Le module d'Young du fer est donc égale à :

$$E = R_{e0,2} / \varepsilon_{el} = 280 \text{ MPa} / 0,137\% \\ E = 204,3 \text{ GPa}$$



- b- Énergie élastique W_{el} sous une contrainte de 350 MPa. L'énergie élastique W_{el} emmagasinée par unité de volume est égale à l'aire du triangle élastique représenté ci-dessous.

$$W_{el} = 1/2 * \sigma \varepsilon_{el} = \sigma^2 / (2E) = (350 * 10^6) / (2 * 204,7 * 10^9) / \text{m}^3 \\ W_{el} = 299,2 \text{ kJ/m}^3$$



Exercice n°4

Eprouvette de forme cylindrique : section $S_0 = \pi D^2 / 4$;

Contrainte : $\sigma = F / S_0$;

Déformation : $\varepsilon = \Delta L / L_0$;

a- Module de Young

Pente de la droite élastique : $E = \sigma / \varepsilon = (F / S_0) / (\Delta L / L_0)$

$$E = 195 \text{ GPa}$$

(Voir figure)

b- Limite proportionnelle d'élasticité R_e

Contrainte pour laquelle il y a déviation à la loi de Hooke (écart à la droite élastique)

(voir figure)

$$R_e = 250 \text{ MPa}$$

c- Limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$

Contrainte définie par l'intersection de la courbe de traction et d'une droite parallèle à la droite élastique et passant par le point à 0,2% de déformation.
(voir figure)

$$R_{e0,2} = 295 \text{ MPa}$$

d- Résistance à la traction R_m

Contrainte nominale maximale atteinte au cours de l'essai de traction (voir figure). Ordonnée du point le plus élevé de la courbe de traction.

$$R_m = 500 \text{ MPa}$$

e- Déformation totale et juste avant rupture

Déformation totale ε_t (élastique ε_{el} + plastique ε_{pl}) atteinte juste avant la rupture. Abscisse du dernier point de la courbe de traction.
(voir figure)

$$\varepsilon_t = 38 \%$$

f- Allongement final A après rupture

Déformation plastique permanente A après la rupture.

$A = (\varepsilon_t - \varepsilon_{el})$, où ε_{el} est le retour élastique après rupture. Si R_f est la contrainte finale à la rupture, $\varepsilon_{el} = R_f/E$
(voir figure)

$$A = 37,78 \%$$

g- Énergie élastique W_{el} libérée à la rupture

$W_{el} = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon = \sigma^2/2E$ (voir figure)

$$W_{el} = 476 \text{ kJ/m}^3$$

h- Coefficient de Poisson ν de l'acier inoxydable 316

$\nu = -\varepsilon_d/\varepsilon_l$, où ε_d est la déformation élastique diamétrale (contraction) et ε_l est la déformation élastique longitudinale (élongation).

$\varepsilon_d = \Delta D/D_0$; $\varepsilon_l = \Delta L/L_0$ pour la valeur de $F = 40 \text{ kN}$ appliquée à l'éprouvette. Ici, $\Delta D = -0,005 \text{ mm}$; $\Delta L = 0,175 \text{ mm}$

$$\nu = 0,285$$

i- Module d'Young E du matériau pré-écroui

L'écrouissage (ou déformation plastique) ne modifie pas la rigidité du matériau. Donc le module d'Young ne change pas et sa valeur est identique à celle obtenue à $E = 195 \text{ GPa}$

j- Limite d'élasticité R_e du matériau pré-écroui

Après la prédéformation de l'éprouvette ($\Delta L = 30 \text{ mm}$), le volume de l'éprouvette est resté le même ($V = V_0$). On en déduit la nouvelle section S de l'éprouvette :

$$V = V_0 = L_0 S_0 = (L_0 + \Delta L)S.$$

On obtient ainsi $S = 0,833S_0$. À la remise en charge, la force pour mettre en mouvement les dislocations est égale à celle appliquée quand on a déchargé l'éprouvette. Mais, en terme de contrainte ($\sigma = F/S$), la contrainte nominale est plus élevée car l'éprouvette a une section S plus faible. Il suffit donc de multiplier la contrainte obtenue à la prédéformation, pour $\Delta L = 30 \text{ mm}$, par le rapport des surfaces $S_0/S = 1/0,833 = 1,2$. Donc σ prédéformée = $R_{e,\text{prédéformée}} = 1,2 * \sigma$ initiale

$$R_e = 543 \text{ MPa}$$

k- Résistance à la traction R_m du matériau pré-écroui

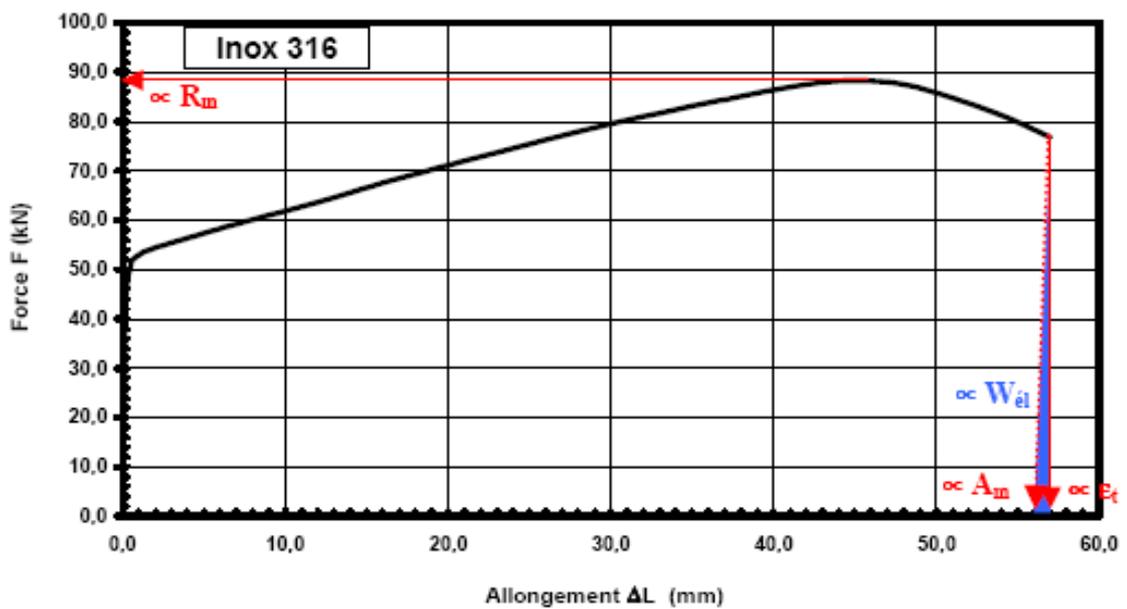
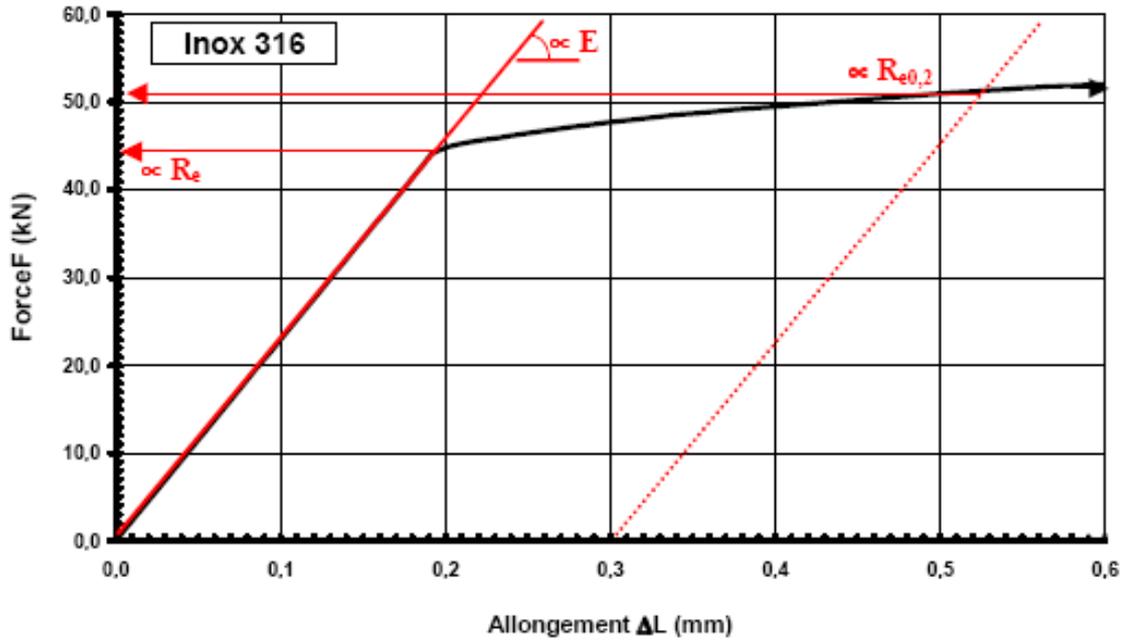
Pour les mêmes raisons que celles présentées à la question précédente, il suffit de multiplier la contrainte obtenue avant prédéformation par le rapport des surfaces $S_0/S = 1/0,833 = 1,2$.

Donc $\sigma_{\text{prédéformée}} = R_{m,\text{prédéformée}} = 1,2 * R_{m,\text{initiale}}$

$$R_m = 600 \text{ MPa}$$

Courbe brute de traction $F = f(\Delta L)$ de l'acier inoxydable 316

NB : Les forces et les allongements absolus correspondant aux flèches doivent être convertis en contraintes nominales ($\sigma = F/S_0$) et en déformation nominale ($\varepsilon = \Delta L/L_0$)



Exercice n°5

a) Module d'Young E

Par définition $E = \sigma/\varepsilon$ dans le domaine élastique. Ici la déformation est élastique jusqu'à une force $F = 7\,430$ N, donc pour une contrainte $\sigma = F/S_0$, S_0 étant la section droite de l'éprouvette.

$$S_0 = (3,2 \times 19,1) \text{ mm}^2 = 61,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Donc } \sigma = (7\,430 / (61,12 \times 10^{-6})) \text{ MPa} = 121,5 \times 10^6 \text{ MPa} = 121,5 \text{ MPa}$$

La déformation ε correspondant à cette contrainte est égale à $\Delta l/l_0$, avec $l_0 = 63,5$ mm.

Ici $\Delta l = (63,7 - 63,5) \text{ mm} = 0,2 \text{ mm}$. Donc $\varepsilon = 0,00315$

$$\text{Valeur du module } E = \sigma/\varepsilon = (121,5 \times 10^6 \text{ MPa}) / (3,15 \times 10^{-3}) = \mathbf{38,6 \text{ GPa}}$$

b) Module de Coulomb G (en GPa)

$$G = E/[2(1 + \nu)] = 38,6/[2(1 + 0,29)] = \mathbf{14,9612 \text{ GPa}}$$

c) Limite proportionnelle d'élasticité R_e

R_e est la contrainte qui correspond à la force $F = 7\,430$ N.

$$R_e = F/S_0, S_0 \text{ étant la section droite de l'éprouvette. } S_0 = (3,2 \times 19,1) \text{ mm}^2 = 61,12 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{Valeur de } R_e = (7\,430 / (61,12 \times 10^{-6})) \text{ MPa} = 121,5 \times 10^6 \text{ MPa} = \mathbf{121,5 \text{ MPa}}$$

d) Limite proportionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$

$R_{e0,2}$ est la contrainte où apparaît la déformation plastique permanente, donc celle qui correspond à la force $F = 9\,100$ N, pour laquelle est apparu un allongement permanent de $0,127$ mm, donc une déformation $\varepsilon = 0,127/63,5 = 0,002 = 0,2 \%$

$$\text{Valeur de } R_{e0,2} = (9\,100 / (61,12 \times 10^{-6})) \text{ MPa} = 148,8 \times 10^6 \text{ MPa} = \mathbf{148,8 \text{ MPa}}$$

e) Résistance à la traction R_m

R_m est la contrainte maximale atteinte durant l'essai de traction ;

elle correspond à la force maximale $F_{\max} = 14\,430$ N.

$$\text{Valeur de } R_m = F_{\max}/S_0 = [14\,430 / (61,12 \times 10^{-6})] \text{ MPa} = 236,1 \times 10^6 \text{ MPa} = \mathbf{236,1 \text{ MPa}}$$

f) Allongement permanent A après rupture

L'allongement permanent après rupture A est égal à la déformation totale A_t de l'éprouvette à laquelle on retranche la déformation élastique A_e qui existait juste avant la rupture et qui disparaît après rupture, puisque la déformation élastique est réversible et disparaît si la contrainte est supprimée.

Ici, $A_t = 9,9/63,5 = 0,1559 = 15,59 \%$.

La déformation élastique A_e est donnée par la loi de Hooke : $A_e = \sigma/E$, où σ est la contrainte à la rupture de l'éprouvette, donc celle correspondant à une force $F = 12\,500$ N.

$$A_e = [12\,500 / (61,12 \times 10^{-6})] / [38,6 \times 10^9] = 0,0053 = 0,53 \%$$

$$\text{Valeur de } A = (A_t - A_e) = (15,59 - 0,53) \% = \mathbf{15,06 \%$$

g) Énergie élastique w_{el} emmagasinée dans l'éprouvette à $R_{e0,2}$

Quand la limite conventionnelle d'élasticité est atteinte, l'énergie élastique, emmagasinée par unité de volume du matériau, est égale par définition à : $W_{el} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} R_{e0,2} \varepsilon = \frac{1}{2} (R_{e0,2})^2 / E = 286,6 \text{ kJ/m}^3$

Dans l'éprouvette de traction de volume $V_0 = l_0 S_0 = (61,12 \times 10^{-6}) \times (63,5 \times 10^{-3}) = 3,881 \times 10^{-6} \text{ m}^3$,

l'énergie élastique w_{el} emmagasinée est égale à : $w_{el} = V_0 W_{el}$

$$\mathbf{w_{el} = 1,11 \text{ J}}$$

h) Propriétés améliorables

E	R_{e0,2}	R_m	A
	X	X	

Une fois le matériau choisi, le module d'Young est fixé puisque ce module dépend de la nature des atomes et des liaisons atomiques qui s'établissent. On ne peut donc modifier le module d'Young d'un matériau donné.

Ici, on a un matériau polycristallin (magnésium), on peut améliorer sa limite conventionnelle d'élasticité **R_{e0,2}** et sa résistance à la traction **R_m** en ayant des grains plus fins. C'est la méthode d'**affinement des grains**.

On peut aussi améliorer la limite conventionnelle d'élasticité **R_{e0,2}** et la résistance à la traction **R_m** en faisant une déformation plastique préalable (par laminage par ex.). C'est la méthode d'**écrouissage**. Toutefois, cette méthode entraîne une diminution de la ductilité, donc de l'allongement **A** après rupture.